

N° 24

LE SYSTÈME DE KEPLER

Louis CAMPION



Les Cahiers de la SAN

LE SYSTÈME DE KEPLER

Louis CAMPION

Capitaine au long cours

Édition 2011

Les « **Cahiers de la SAN** » sont édités par la Société d'Astronomie de Nantes,
Société Scientifique d'Éducation Populaire agréée Jeunesse et Sports.

35, boulevard Louis-Millet

44300 NANTES

Tél. 02 40 68 91 20 - Fax 02 40 93 81 23 - E-mail : san@san-fr.com

© Toute reproduction intégrale ou partielle faite par quelque procédé que ce soit,
sans l'autorisation de la Société d'Astronomie de Nantes, est interdite.

LE SYSTÈME DE KEPLER

Il y a un an j'exposais comment les anciens expliquaient le « *Système du Monde* » par une hypothèse géocentrique imaginée par HIPPARQUE et développée par PTOLÉMÉE (Voir le Cahier de la SAN « *Le Système de Ptolémée* »).

En 1543 l'astronome polonais COPERNIC renversait ce vénérable édifice qui se fissurait, en publiant dans son ouvrage « *De Revolutionibus Orbium Coelestis* » une nouvelle théorie selon laquelle le Soleil devenait le centre du monde, enlevant ainsi à la Terre sa position privilégiée et la ramenant au rang de banale planète au même titre que Vénus ou Mars.

Ce fut une véritable révolution en astronomie, car tout ce qui existait jusque là et qui permettait aux savants de l'époque de travailler sur les astres, était balayé, plus d'éphémérides, plus de prédictions des positions planétaires, plus de règles ni de lois !

Si la théorie développée par COPERNIC était évidente, bien argumentée et irréfutable, elle n'expliquait pas le comment des choses. Elle réfutait le géocentrisme admis jusque là, en exposant un système héliocentrique auquel COPERNIC croyait fermement mais qui n'était que l'ébauche d'un système plus structuré qui restait à établir, à perfectionner, afin qu'il puisse répondre aux questions précises que le présent et l'avenir ne manqueraient pas de lui poser.

Le monde astronomique de l'époque se trouvait dans la situation d'un peuple ayant renversé un régime politique détesté. Le tyran, le dictateur (appelons-le comme nous voudrions) vient d'être chassé, un nouveau régime doit lui succéder. Oui ! Mais quel régime ? Quel qu'il soit, il lui faudra assurer la continuité, maintenir l'ordre, protéger le citoyen, assurer la bonne marche des affaires, édicter de nouvelles lois et de nouveaux règlements car les choses n'iront pas toutes seules.

Nous sommes à la fin du ^{xvi}^e siècle, (fin des années 1500) les choses avançaient lentement, la science officielle boude et même combat la nouvelle théorie qui bouleverse tant et tant de choses.

Le travail des astronomes continue cependant, on observe, on prend des notes, on raisonne. L'on retient dans le dernier tiers du ^{xvi}^e siècle le nom et l'œuvre du danois Tycho BRAHÉ (1546-1601). Celui-ci pendant trente cinq ans ne cessa, à une époque où la lunette n'était pas encore apparue, d'observer laborieusement et scrupuleusement le ciel, il découvrit la valeur exacte de la réfraction astronomique, il précisa le mouvement de la Lune, établit un catalogue d'étoiles meilleur que celui de PTOLÉMÉE, et surtout il dressa des tables de la marche des planètes.

Il ne souscrivait pas à la théorie de COPERNIC et forgea un système du monde de type hybride où les planètes tournaient autour du Soleil, mais où le Soleil tournait autour de la Terre immobile dans l'espace. Cette théorie n'eut aucun succès.

À la mort de Tycho BRAHÉ en 1601, l'ordonnance était loin de régner dans la représentation du monde. Mais un homme, un brillant penseur, un grand mathématicien méditait depuis plusieurs années le projet de régler le ballet céleste des astres errants et d'en établir les lois simples qui dans son esprit devaient régir ce système. Il s'agit de Johannes KEPLER.

KEPLER naquit à Weil (Wurtemberg) le 16 mai 1571. Fils d'aubergistes, il entra à l'âge de treize ans au séminaire protestant d'où, distingué par ses maîtres, il fut dirigé vers l'Université de Tubingen. Il était très croyant et partageait sa foi avec la passion des mathématiques au point qu'il n'aspira plus, dans le

chaos laissé par l'effondrement du système de PTOLÉMÉE, qu'à trouver l'harmonie de l'œuvre divine exprimée en formules mathématiques simples.

Les hasards de sa vie mouvementée dans l'Europe centrale déchirée par les guerres de religions l'amènèrent à travailler à l'ombre de Tycho BRAHÉ auquel il succéda comme mathématicien officiel à la cour du Saint Empire Romain Germanique sur lequel régnait alors Rodolphe II, en 1601.

KEPLER, élève de Tycho BRAHÉ, put utiliser à la mort de son maître les notes et papiers de ce dernier concernant ses observations de trente cinq ans. Tycho lui légua un trésor, et il est justice d'associer les deux hommes car c'est grâce aux observations minutieuses de Tycho BRAHÉ que KEPLER put découvrir et énoncer ses lois.

À l'époque où KEPLER commençait le dépouillement des notes de son maître, il était encore imprégné de la pensée de PTOLÉMÉE et des anciens. On ne passe pas si facilement d'un système à un autre ! Ses découvertes lui apportèrent des surprises et des étonnements qui le plongèrent tout d'abord dans la perplexité ; mais il finit par réaliser que bien que s'éloignant du concept copernicien qu'il s'attendait à trouver (orbites circulaires, mouvements uniformes) les événements obéissaient à des lois simples qu'il put énoncer en toute confiance.

Le travail de Kepler

Partant de la théorie héliocentrique de COPERNIC, KEPLER s'attacha à déterminer les orbites des différentes planètes autour du Soleil afin d'en étudier les mouvements, les positions, les inclinaisons etc. Pour cela, la première orbite à déterminer était celle de la Terre. Car embarqué sur cette planète mobile, il lui était indispensable d'en connaître les déplacements pour les combiner aux mouvements apparents des autres planètes afin de trouver les déplacements vrais de celles-ci autour du Soleil.

Les notes de Tycho BRAHÉ lui donnèrent toutes les données nécessaires pour cela.

Voici comment il opéra :

Le problème consistait à placer dans l'espace, point par point les positions successives occupées par la Terre dans sa trajectoire autour du Soleil, ce qui ne semble pas évident au premier abord !

Pour se positionner au moyen de la triangulation, il faut disposer d'une base et de deux angles. C'est ainsi que l'on agit en navigation, on vise deux phares dont on note le relèvement ; puis déterminant les angles A et B on les porte aux extrémités A et B de la base et l'on obtient à l'intersection des côtés Ax et By des deux angles, la position C du navire.

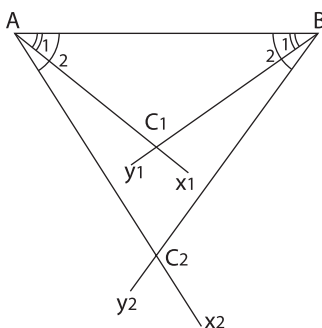


Figure 1

Si $A1 = 40^\circ$ et $B1 = 30^\circ$ on détermine le point $C1$ à l'intersection de $Ax1$ et $By1$

Si $A2 = 60^\circ$ et $B2 = 50^\circ$ on détermine le point $C2$ à l'intersection de $Ax2$ et $By2$

Un seul point correspond à la base considérée et à deux angles déterminés.

Partant de ce procédé, KEPLER se proposa de déterminer les positions successives de la Terre dans le temps.

Il lui fallait une base et des angles !

Il disposait des très nombreuses observations faites par Tycho BRAHÉ du Soleil et des planètes et se proposa de prendre comme base la distance Soleil / Mars, les angles lui seraient

fournis par les visées de ces deux astres effectuées pendant trente cinq ans par TYCHO depuis la Terre.

Seulement, Mars se déplaçait autour du Soleil selon une orbite que KEPLER ne connaissait pas puisque ses travaux avaient justement pour objet de la déterminer. Et il lui fallait une base fixe, invariable, pour pouvoir y porter ses angles et trouver la position de la Terre dans l'espace.

Qu'à cela ne tienne, KEPLER résolut d'immobiliser Mars !

Comment cela ?

« Mars tourne autour du Soleil. En faisant mes visées chaque fois qu'il revient au même point de son orbite, où je suppose qu'il sera à la même distance du Soleil, je viserai la même base Soleil / Mars. »

Comment savoir que Mars est revenu au même point de son orbite ?

En calculant sa période de révolution sidérale. Cette période, apellons-la T'' , est celle que met Mars à accomplir une révolution complète autour du Soleil, celle qui ramène Mars au même point de son orbite.

De la Terre on ne peut mesurer que les révolutions synodiques de Mars, celles qui le ramènent en conjonction (ou opposition) avec le Soleil. Désignons la révolution synodique de Mars par t . Les observations nous donnent : $t = 780$ jours.

Connaissant la révolution sidérale T de la Terre autour du Soleil, qui est de 365,256 jours, un simple petit calcul de « courrier » nous donnera la valeur de T'' .

En effet :

$$1/T'' = 1/T - 1/t \text{ (pour les planètes supérieures dont Mars).}$$

et

$$1/T'' = 1/T + 1/t \text{ (pour Mercure et Vénus)}$$

Donc dans le cas qui nous intéresse on aura :

$$1/T'' = 1/365,256 - 1/780$$

d'où ;

$$T' = 687 \text{ jours}$$

Mars revient au même point de son orbite tous les 687 jours.

Ce calcul était réalisable du temps de KEPLER. Il décida donc de prendre en considération les observations effectuées par Tycho tous les 687 jours afin de disposer d'une base constante.

Un autre problème se posait, comme il se pose au marin qui vise les deux extrémités d'une base à terre : l'angle de deux visées ne donne qu'un arc *capable*. Il faudrait pour obtenir un point avoir deux arcs capables qui se coupent, et donc disposer de deux bases, ce qui n'est pas toujours réalisable en mer, et pratiquement impossible dans le système solaire.

Le marin s'affranchit de ce handicap en réduisant toutes ses visées et l'orientation de la base par rapport au Nord.

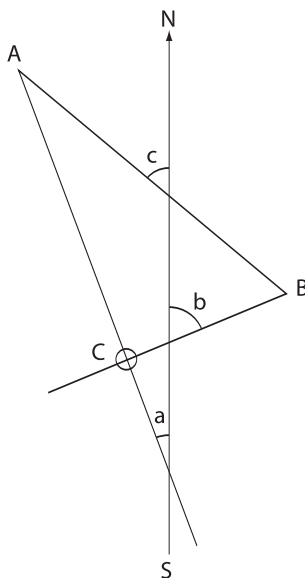


Figure 2

Soit SN la direction du Nord, AB la base dont l'orientation c est connue.

Je vise le point A faisant avec le Nord l'angle a , puis B faisant avec le Nord l'angle b . En portant sur la carte les directions a et b passant par A et B j'obtiens l'intersection C qui est ma position.

Dans l'espace, KEPLER fit de même. Il choisit une direction fixe, facile à observer, celle qu'occupait Mars lors de la première opposition de sa série d'observations.

Il visa Mars un jour d'opposition en notant l'étoile lointaine vers laquelle se trouvait la planète. Il avait ainsi une direction de référence. Tous le 687 jours en observant Mars et le Soleil il se référait à cette direction pour trouver les angles M et S .

Appliquant ces angles, qui différaient à chaque observation, aux extrémités de la base Soleil / Mars, il parvint à tracer par points l'orbite de la Terre.

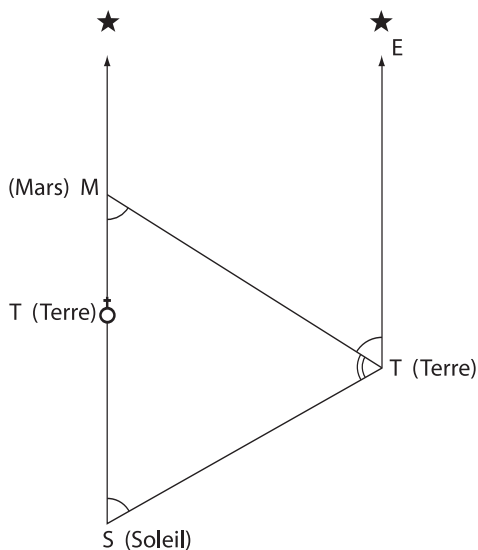


Figure 3

Pour mieux comprendre KEPLER, je me suis amusé à faire comme lui. J'ai puisé dans les éphémérides de ces 40 dernières années les éléments caractéristiques de Mars et du Soleil, en partant d'une opposition, celle du 23 mars 1950 à 5 h 45, puis ensuite tous les 687 jours jusqu'au 9 août 1991.

Lors de l'opposition de 1950, j'ai noté la direction exacte où se trouvait Mars dans le ciel :

Longitude céleste $\lambda \text{ } \text{\textcircled{M}} = 182^\circ 02'$

C'est cette direction qui m'a servi de référence pour calculer les angles à appliquer aux extrémités de la base Soleil / Mars (et si possible du bon côté de cette base).

J'ai noté aux instants choisis les longitudes célestes du Soleil $\lambda \text{ } \text{\textcircled{S}}$ ainsi que celles de Mars $\lambda \text{ } \text{\textcircled{M}}$.

La différence des longitudes $\lambda \text{ } \text{\textcircled{S}} - \lambda \text{ } \text{\textcircled{M}}$ me donne l'angle $MTS = T$ (figure 3).

En faisant la différence entre la longitude actuelle de Mars et la direction de la première opposition ($\langle E \rangle$ du 23 / 3 / 50 = $182^\circ 02'$), j'obtiens l'angle $ETM = TMS = M$

L'angle S est obtenu en faisant $180^\circ - (T + M)$

Tout cela à 180° près compte tenu de la position de la Terre à gauche ou à droite de la base MS (sur le schéma bien sûr car dans l'espace les notions de gauche et de droite n'ont aucun sens).

J'ai donc obtenu le tableau suivant :

	Dates	£ °	£ °	T	M	S
0	23/03/50	2°02'	182°02'	180°	0°	0°
1	08/02/52	318°2	218°1	100°	36°1	43°9
2	26/12/53	278°9	213°3	60°9	31°3	87°8
3	13/11/55	229°8	199°6	30°2	17°6	132°2
4	30/09/57	186°5	183°8	2°7	1°8	175°5
5	18/08/59	144°3	167°9	23°6	14°1	142°3
6	05/07/61	102°7	153°5	50°8	28°5	100°7
7	23/05/63	61°2	144°5	83°3	37°5	59°2
8	09/04/65	18°9	159°5	140°6	22°5	16°9
9	25/02/67	335°7	212°4	123°3	30°4	26°3
10	12/01/69	291°6	217°4	74°2	35°4	70°4
11	30/11/70	247°4	205°7	41°7	23°7	114°6
12	17/10/72	203°7	190°4	13°3	8°4	158°3
13	04/09/74	161°1	174°3	13°2	7°7	159°1
14	22/07/76	119°3	159°1	39°8	22°9	117°3
15	09/06/78	77°8	147°2	69°4	34°8	75°8
16	26/04/80	35°9	148°0	112°1	34°0	33°9
17	14/03/82	353°1	196°3	156°8	14°3	8°9
18	30/01/84	309°3	219°3	90°0	37°3	52°7
19	17/12/85	265°0	211°4	53°6	29°4	97°0
20	04/11/87	221°0	196°9	24°1	14°9	141°0
21	21/09/89	178°0	180°9	2°9	1°1	176°0
22	09/08/91	136°0	165°2	29°2	16°8	134°1

Éléments de l'orbite terrestre sur 40 ans

Puis sur une feuille, j'ai tracé la droite *MS* qui m'a servi de base.

J'ai porté à partir de cette base les angles *M* et *S* trouvés pour les 22 dates considérées. J'ai ainsi vu apparaître point par point la forme de l'orbite terrestre qui aux erreurs de tracé près s'est révélée être un cercle (ce qu'avait pensé Kepler).

J'ai recherché le centre du cercle par les médiatrices des cordes (16) (14) et (14) (19) et j'ai trouvé (comme KEPLER) que le centre n'était pas le Soleil, mais un point proche de celui-ci (figure 4).

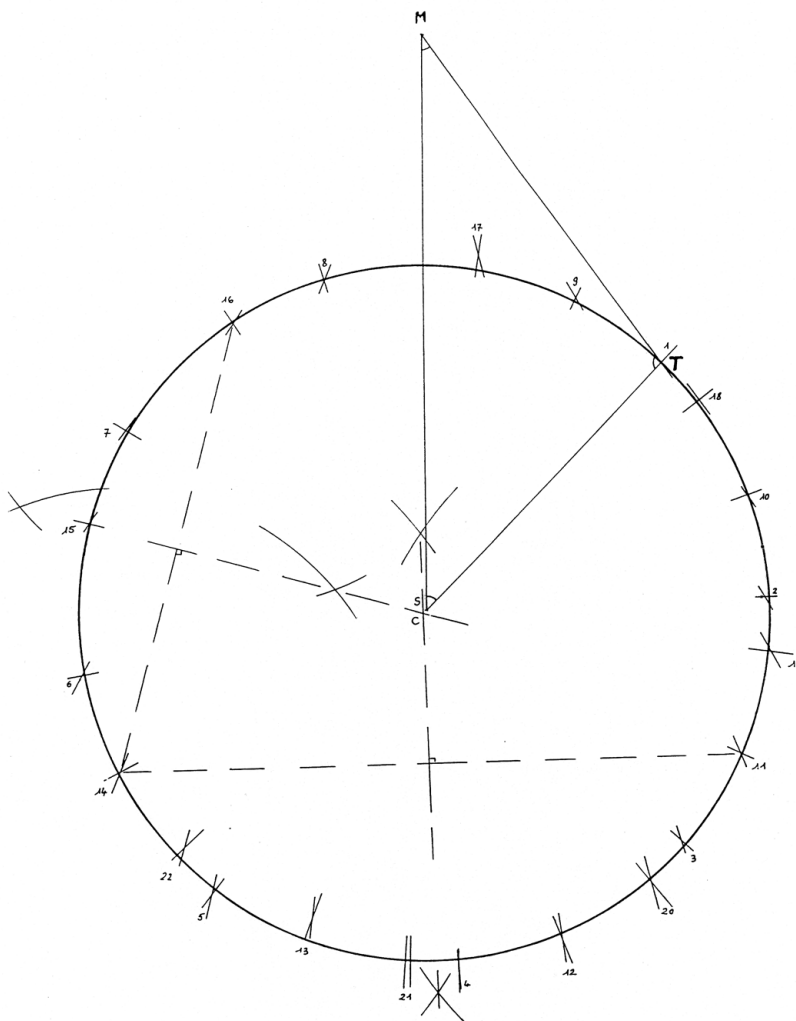


Figure 4

À ce stade de ses recherches KEPLER pensait encore, à juste titre, que l'orbite de la Terre était circulaire.

Ayant obtenu ce résultat, KEPLER connaissant la période de révolution sidérale de la Terre n'eut aucun mal à la placer sur son orbite en fonction du temps.

Il était prêt à aborder l'étape suivante de ses recherches : la détermination des orbites des autres planètes.

Kepler choisit Mars comme sujet d'étude pour ce faire, ceci pour plusieurs raisons : elle est proche de la Terre, observable de nuit et pendant de longues périodes contrairement à Mercure ou Vénus, son mouvement est plus rapide que celui de Jupiter ou de Saturne donc son orbite est plus souvent parcourue, et surtout, parce que Tycho BRAHÉ s'était particulièrement intéressé à cette planète, l'avait bien cataloguée et avait conseillé à KEPLER de s'y attacher.

Bien lui en prit, car Mars a une orbite à l'excentricité prononcée que n'ont pas les autres planètes (à l'exception de Mercure), ce qui va permettre à KEPLER de trouver sa première loi.

Comment va-t'il s'y prendre pour tracer l'orbite de Mars ?

Il va se servir de l'orbite terrestre déjà trouvée et il va viser Mars depuis des points connus et bien déterminés de cette orbite.

Mais pour situer Mars, il est nécessaire de faire deux visées qui se recoupent.

Depuis la Terre il est impossible de faire en même temps deux visées de Mars. Il faudra donc attendre que la Terre se déplace pour effectuer la deuxième visée. Mais alors, comme dans le cas précédent (détermination de l'orbite terrestre), Mars se sera aussi déplacé, et la deuxième observation n'aura plus de sens.

Comme précédemment, il faudra donc immobiliser Mars en considérant des périodes de 687 jours.

La Terre, se déplaçant plus vite que Mars, ne revient pas tous les 687 jours au même endroit de sa trajectoire, mais se trouve décalée de 43° par rapport à la position qu'elle occupait 687 jours plus tôt car :

$$360 / 365,256 \times 687 = 677' = 360' \times 2 - 43^\circ$$

La Terre aura fait 2 tours moins 43° pendant que Mars en aura fait un.

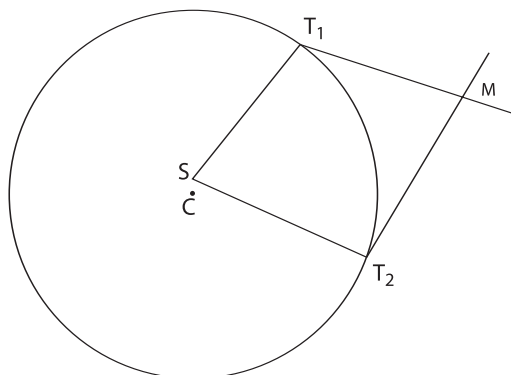


Figure 5

On va donc considérer autant de paires de jours (distants l'un de l'autre de 687 jours) que l'on voudra, où l'on visera Mars. On trouvera sa position en traçant les deux visées, depuis les deux positions occupées par la Terre aux deux dates considérées T_1 et T_2 .

Ici encore j'ai fait mon petit KEPLER et j'ai visé Mars tous les 30 jours puis à une date 687 jours plus avant, obtenant ainsi des couples de visées : $(J_0, J + 687)$, $(J + 30, J + 717)$, $(J + 60, J + 747)$, etc.

J'ai obtenu des renseignements comme pour la détermination de l'orbite terrestre et j'en ai tiré un tableau depuis le 10 juillet 1986 date d'une opposition jusqu'au 17 avril 1990.

Voici une partie de ce tableau :

J	$\angle \odot$	$\angle \sigma$	$\odot - \sigma$	J + 687	$\angle \odot$	$\angle \sigma$	$\odot - \sigma$
10/07/86	107°6	287°6	180°0	27/05/88	65°9	333°0	92°9
09/08/86	136°1	281°5	145°4	26/06/88	94°6	350°9	103°7
08/09/86	165°	286°0	121°0	26/07/88	123°2	5°1	118°1
08/10/86	194°4	299°4	105°0	25/08/88	152°0	11°5	140°5

et ainsi de suite, tous les 30 jours et 687 jours plus tard pour obtenir 23 positions de Mars sur son orbite.

J'ai tracé sur une feuille de papier la position du Soleil, l'orbite de la Terre autour du Soleil et les positions occupées par celle-ci lors de chaque couple de visées. En portant les visées sur le plan, leurs intersections déterminaient la position de Mars et j'ai pu construire point par point une courbe qui représentait son orbite.

À l'étude de cette courbe, j'ai vu que ce n'était pas un cercle, mais hélas pas non plus une ellipse. Je la rangerais plutôt dans la série des patatoïdes car elle n'avait aucune forme avouable !

Je n'aurais jamais dû tenter d'imiter KEPLER, les visées se recoupaient le plus souvent sous des angles très aigus, en biseau, et le tracé manquait de précision, de plus il s'agissait de tracer une courbe avec des éléments du deuxième et même du troisième ordre, c'est à dire que des erreurs apparaissaient à tous les échelons : détermination de l'orbite terrestre, positionnement de la Terre sur cette orbite lors des visées de Mars, imprécision sur le moment exact du passage de Mars au même point de son orbite, manque de rigueur dans le tracé final etc.

Ce procédé de tracé de l'orbite de Mars vous a été exposé pour vous montrer le principe ; mais KEPLER opéra par calcul pur et obtint de bons résultats.

En étudiant l'orbite trouvée, KEPLER pensa s'être trompé car elle ne « *collait* » pas au cercle qu'il avait pré-tracé sur son croquis. Il eut des doutes, vite dissipés, sur la qualité des observations de son maître et dut se résigner à admettre que Mars ne se déplaçait pas selon un cercle.

Ce fut un grand choc pour lui que de devoir abandonner l'hypothèse des orbites circulaires. Le cercle était considéré comme la courbe idéale, parfaite et la plus harmonieuse. Il essaya d'autres courbes ovoïdes ; aucune ne s'appliquait à l'orbite de Mars. Il se trouvait devant un cercle étiré en ovale pour lequel il ne trouvait aucune formule ni solution. KEPLER se perdit dans ses calculs pour finalement, des mois plus tard, essayer en désespoir de cause, la formule de l'ellipse telle qu'elle avait été établie dans l'antiquité par APOLLONIOS DE PERGA dans son « *Traité des Sections Coniques* ».

Cette fois tout coïncidait, et KEPLER put énoncer sa première loi :

- *Une planète décrit autour du Soleil une ellipse dont il occupe un des foyers.*

Cette loi fut publiée en 1609 de même que la deuxième (découverte d'ailleurs avant la première !) qui traite de la vitesse de translation des planètes sur leurs orbites et qui nous apprend que la planète va plus vite quand elle est plus près du Soleil :

- *Le rayon vecteur balaie des surfaces égales dans des laps de temps égaux.*

C'est seulement en 1618 qu'il publie la troisième loi reliant les durées de révolution des planètes à la dimension de leurs orbites. Il la présente dans un ouvrage intitulé « *Les Harmonies du Monde* ». Cette troisième loi dit :

- *Les carrés des temps des révolutions des planètes sont proportionnels aux cubes de leurs moyennes distances au Soleil : $T^2/a^3 = \text{Constante}$ ou $T^2/T'^2 = a^3/a'^3$.*

À partir de ces trois lois, on allait pouvoir réorganiser le monde, partir sur de nouvelles bases pour expliquer de nombreux phénomènes et pour découvrir d'autres nouvelles lois tel que le fit Isaac NEWTON trois quarts de siècle plus tard, et c'est avec raison que l'on a donné à KEPLER le titre de *Législateur du Ciel*.

Pour continuer, nous allons voir comment le système de Kepler permet d'expliquer le phénomène des mouvements planétaires.

Voici tout d'abord les éléments qui constituent l'orbite d'une planète.

On appelle :

- *Péribélie*, le point *p* le plus rapproché du Soleil, et *aphélie* le point *a* le plus éloigné.

- Le grand axe pa de l'ellipse est la *ligne des apsides* ; sa longueur est désignée par $2a$, a étant le 1/2 grand axe. La longueur du petit axe BB' est désignée par $2b$, la distance des foyers par $2c$.
- La droite joignant le Soleil S à la planète P est le *rayon vecteur*.
- Si C est le centre de l'ellipse, l'*excentricité* est par définition le rapport $e = c/a$; l'*aplatissement* est le rapport $(a - b) / a$
- L'*anomalie vraie* de la planète est l'angle $v = pSP$ que fait le rayon vecteur SP avec la ligne des apsides ; elle est comptée de 0 à 360 degrés, à partir de Sp .

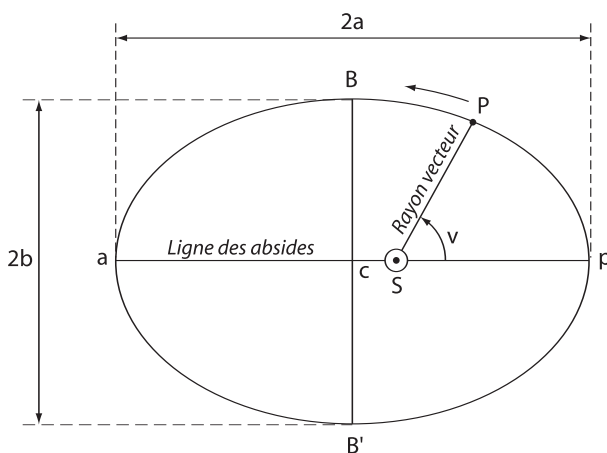


Figure 6

Mouvement apparent des planètes (vues depuis la Terre)

Lorsque l'on observe jour après jour le mouvement des planètes dans le ciel, par rapport aux étoiles fixes de l'arrière plan, on s'aperçoit qu'il est pour le moins étrange. Elles semblent voler comme des papillons, allant de droite à gauche, puis de gauche à droite, changeant de direction pour revenir sur leurs pas à tout moment, s'arrêter de temps en temps puis repartir. Ce comportement bizarre avait de quoi rendre les anciens perplexes, et il n'est pas étonnant qu'à une certaine époque on ait prêché que les planètes étaient poussées par des anges accomplissant telle ou telle figure d'un ballet céleste... *Holiday on Ice* avant l'heure !

Et si le Soleil en faisait autant ? Pourquoi pas puisqu'il tournait autour de la Terre comme les autres planètes ?

À des dates indéterminées on aurait vu les saisons s'inverser pendant quelques mois puis reprendre leur cours normal et recommencer printemps, été, automne, été, automne, hiver, printemps, hiver, printemps, etc. de quoi perdre la tête !

J'ai relevé dans les éphémérides actuelles (nous sommes fin 1989) les positions que vont occuper dans le champ des étoiles quatre planètes dans les jours et mois à venir, il s'agit de Mercure, Vénus, Mars et Saturne. Je les ai situées par rapport à l'écliptique. Les graduations sont en longitudes célestes & pour les abscisses, orientées en sens direct (de droite à gauche) et les latitudes célestes sont en ordonnées. On peut voir sur les divers tracés le mouvement étrange de ces quatre corps célestes. Certaines notes figurant sur les croquis seront expliquées plus loin (figures 7, 8, 9, 10).

Comment expliquer ces mouvements par le système héliocentrique ?

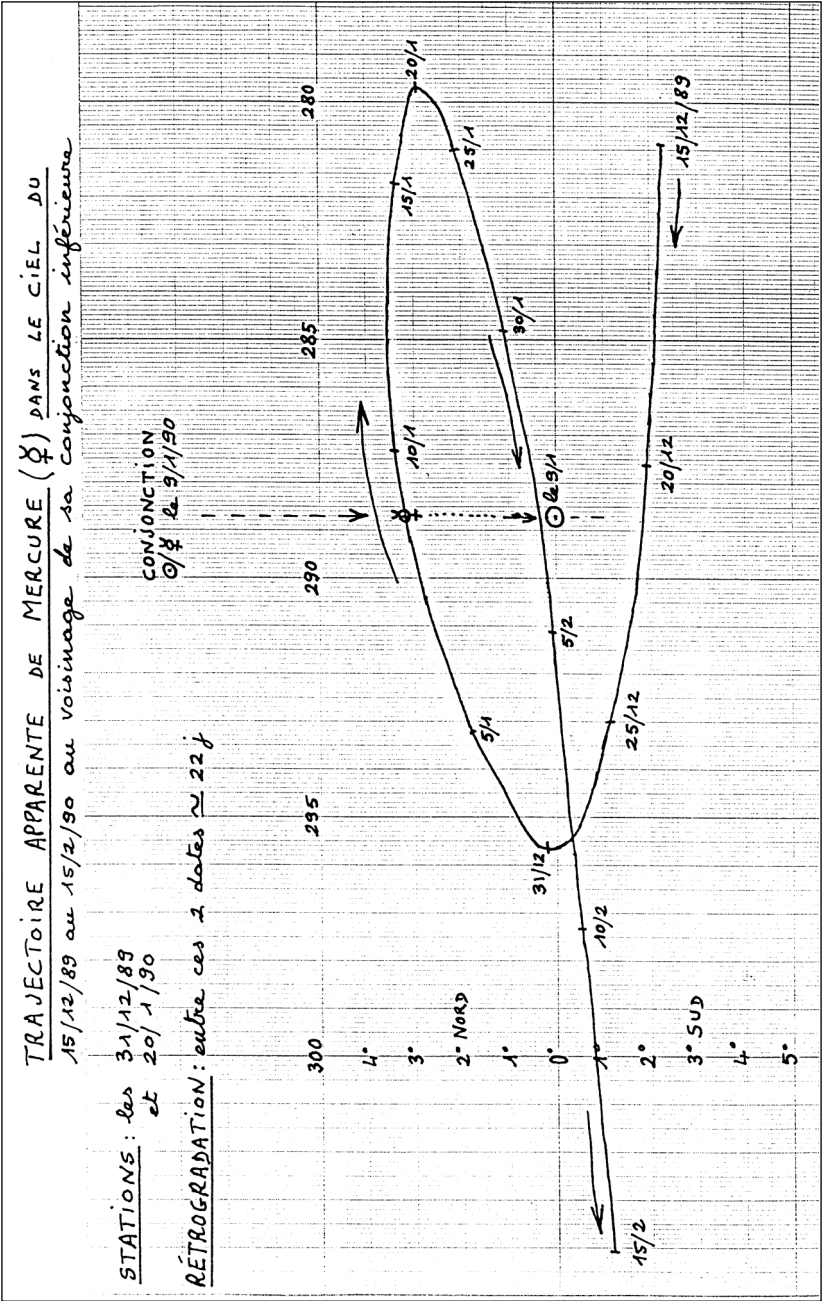


Figure 7

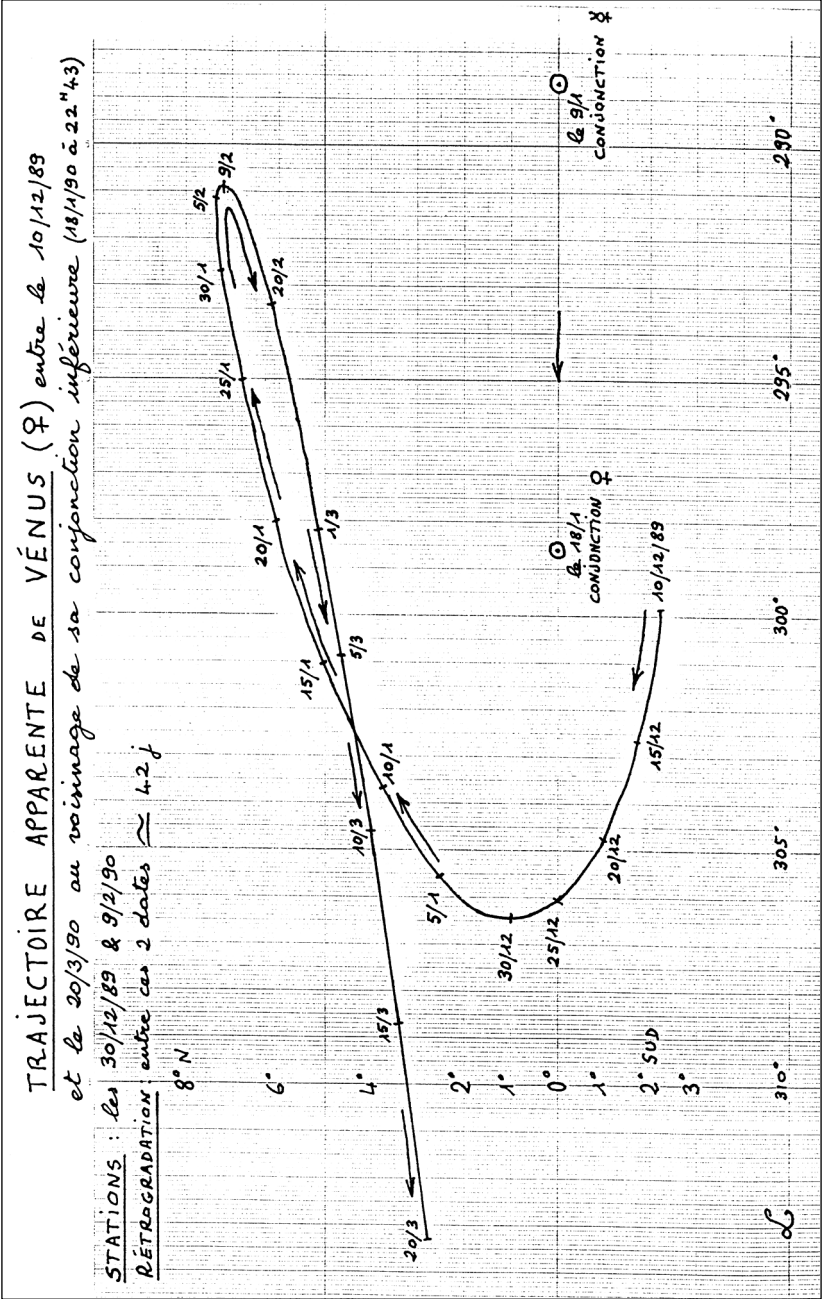


Figure 8

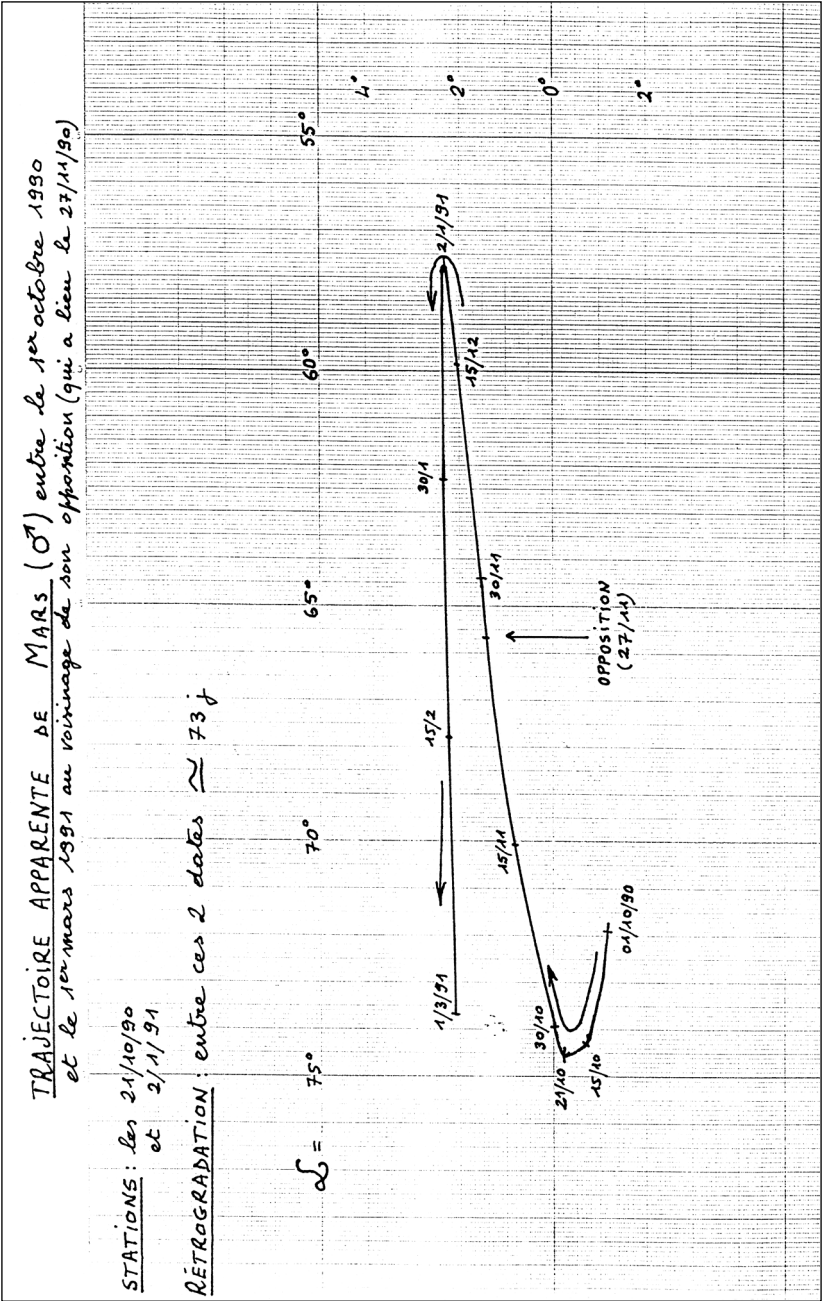


Figure 9

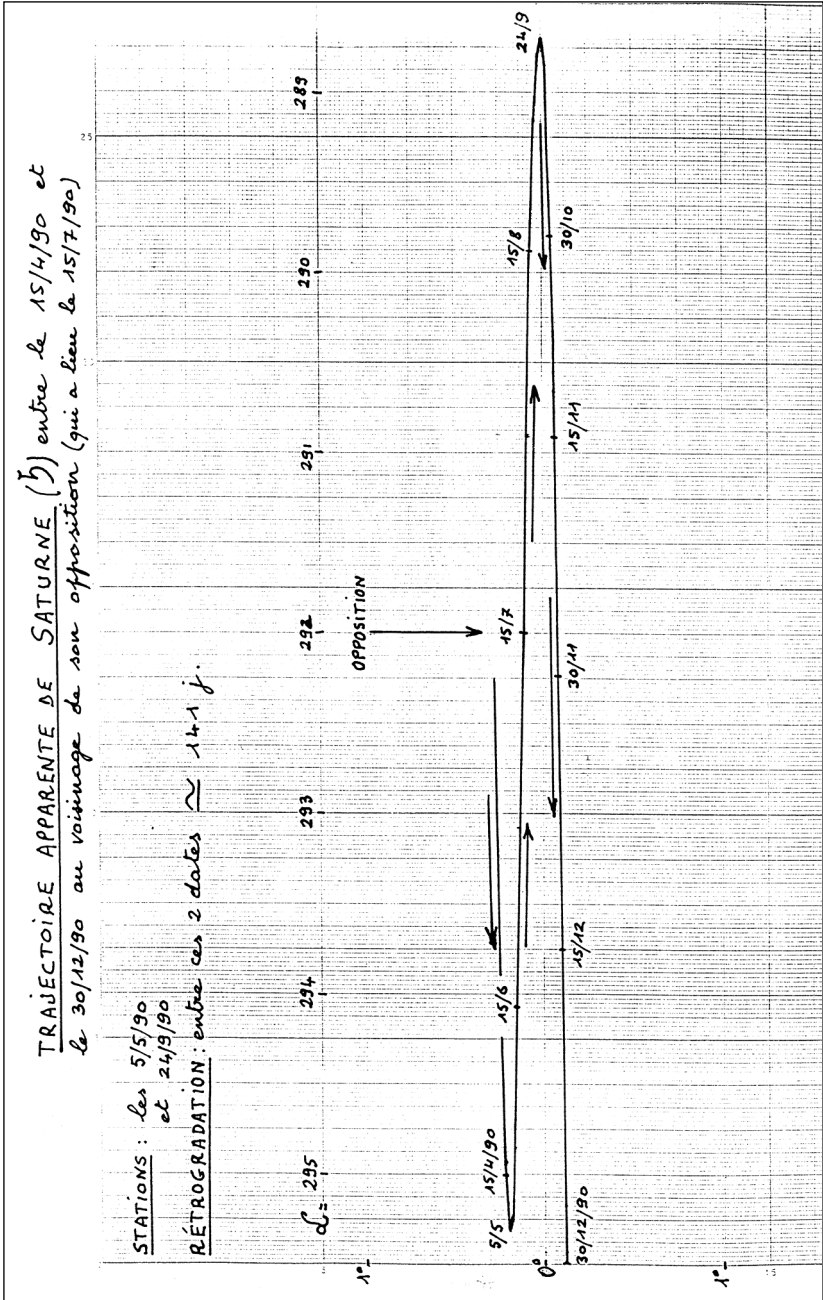


Figure 10

Nous supposons les trajectoires circulaires et les mouvements uniformes. Comme il s'agit d'étudier les mouvements apparents, nous immobiliserons la Terre et Mars.

Quelques définitions tout d'abord :

- On dit qu'une planète est par rapport à la Terre, en *conjonction* ou en *opposition* avec le Soleil lorsque les trois corps se trouvent à peu près alignés (en fait, dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique, et leurs projections sur l'écliptique sont alors en ligne droite).
- Il y a *conjonction* quand la planète est du même côté que le Soleil par rapport à nous.
- Mercure et Vénus, les deux *planètes inférieures* sont toujours du même côté que le Soleil par rapport à nous. Quand elles se trouvent devant le Soleil, entre le Soleil et nous, il y a *conjonction inférieure* ou *interne*. Quand elles se trouvent au-delà du Soleil par rapport à nous, derrière le Soleil, il y a *conjonction supérieure* ou *externe*.
- Il y a *opposition* quand la planète est du côté opposé au Soleil par rapport à la Terre (visible en pleine nuit, possible uniquement pour les planètes supérieures, Mars, Jupiter, Saturne, etc.)
- On appelle *élongation* d'une planète l'angle qu'elle fait avec le Soleil.
- Une planète est en *quadrature* avec le Soleil quand son élongation atteint 90°. Il est évident qu'une planète en conjonction a une élongation nulle et une planète en opposition a une élongation de 180°.

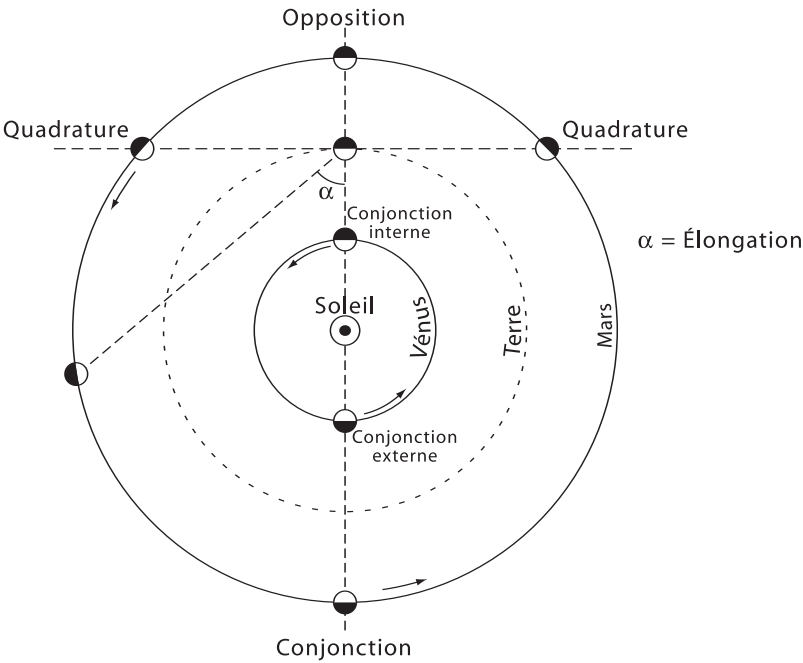


Figure 11

Planètes inférieures : Vénus, a comparer avec la figure 8

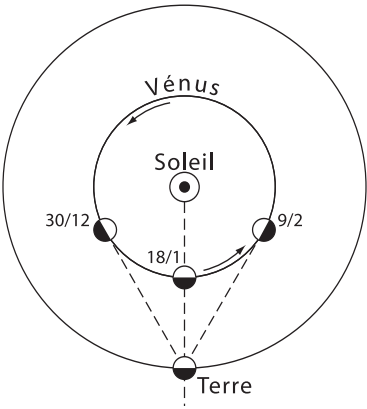


Figure 12

Avant le 30 décembre, on voit Vénus se déplacer dans le sens direct, puis s'immobiliser vers cette date, et repartir en sens inverse (*rétrogradation*). Elle va au cours de cette rétrogradation, passer devant le Soleil (*conjonction inférieure*) le 18 janvier 1990 pour s'immobiliser de nouveau le 9 février et repartir dans le sens direct jusqu'à sa prochaine rétrogradation.

Planètes supérieures : Mars, à comparer avec la figure 9

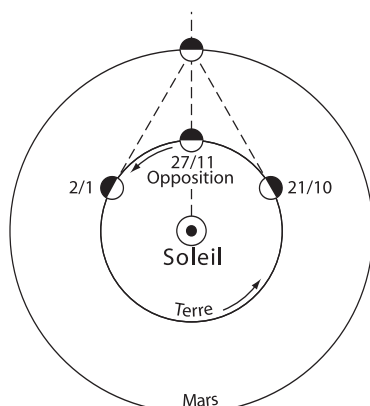


Figure 13

Avant le 21 octobre, on voit Mars se déplacer dans le sens direct, puis s'immobiliser à cette date et repartir en sens rétrograde jusqu'au 2 janvier 1990. Le 27 novembre, Mars était en opposition avec le Soleil. À partir du 2 janvier, où il va stationner, il repart dans le sens direct pour une autre période.

De ce qui précède on peut voir (et comprendre) que les planètes inférieures rétrogradent au voisinage de leur conjonction interne, alors qu'elles sont à leur plus courte distance de la Terre. Quant aux planètes externes, elles rétrogradent au voisinage de leur opposition, alors qu'elles sont aussi à leur plus courte distance de la Terre.

Mécaniquement parlant il fallait s'en douter car c'est lorsque deux mobiles sont le plus près l'un de l'autre que la combinaison de leurs mouvements vrais a le plus d'effet sur leur mouvement relatif.

On comprend, en regardant la figure 12, pourquoi Mercure et Vénus ne s'éloignent jamais beaucoup du Soleil : 28° maxi pour Mercure et 48° maxi pour Vénus.

Quelques données :

Les distances relatives séparant les planètes de la Terre et la combinaison de leurs mouvements respectifs font que les planètes ne rétrogradent pas toutes pendant le même laps de temps ni selon un arc du ciel égal.

Voici quelques valeurs moyennes.

	Rétrogradation	
	Durée (jours)	Arc
Mercure	22,9	$13^\circ 49'$
Vénus	42,2	$16^\circ 09'$
Mars	72,7	$15^\circ 57'$
Jupiter	120,6	$9^\circ 58'$
Saturne	137,7	$6^\circ 47'$
Uranus	151,8	$4^\circ 04'$
Neptune	158,5	$2^\circ 49'$

Les trajectoires apparentes des planètes sont des courbes gauches car elles ne se déplacent pas dans le même plan que la Terre.

Distance des planètes

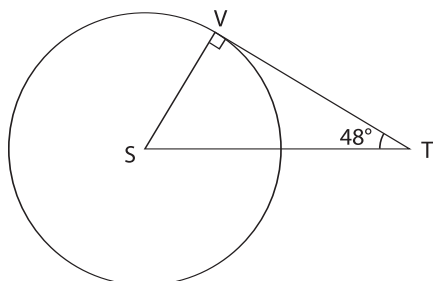
Lorsque KEPLER élaborait son système du monde, il ne put travailler qu'en distances relatives des planètes au Soleil et des planètes entre elles.

Une chose lui manquait, c'était la connaissance de la distance réelle du Soleil à la Terre qui ne sera établie avec précision qu'en 1769.

Mais il était possible de calculer les distances relatives des planètes en se rapportant à la distance du Soleil à la Terre que l'on prenait comme unité.

Dans le système de COPERNIC où les planètes tournent en cercles autour du Soleil on pouvait raisonner de la façon suivante.

Cas de Vénus



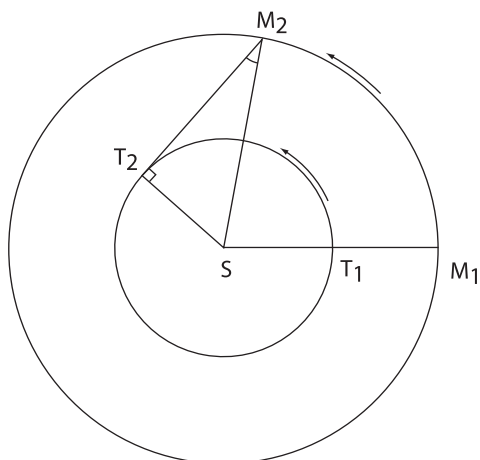
Élongation maxi = 48°

Si $ST = 1$

$SV = \sin 48^\circ = 0,7$ UA

Figure 14-A

Cas de Mars



Opposition Soleil / Mars :
27 / 11 / 90 à 20 h 34.

Quadrature Soleil / Mars :
07 / 03 / 91 à 23 h 53

Intervalle = 100,1 jours

M_1 Vitesse angulaire Terre :
 $n_{\odot} = 0,986^\circ$ par jour

Vitesse angulaire Mars :
 $n_{\Mars} = 0,52^\circ$ par jour

Figure 14-B

$$\begin{aligned} (n_{\odot} \times 100,1 \text{ j}) - (n_{\Mars} \times 100,1 \text{ j}) &= 98,7^\circ - 52,1^\circ = 46,6^\circ \\ &= T_1ST_2 - M_1SM_2 = M_2ST_2 \\ SM_2 &= 1 / \cos 46,6^\circ = 1,46 \text{ UA vs } 1,52 \text{ UA} \end{aligned}$$

Un des grands problèmes des astronomes fut autrefois la recherche de la mesure de la distance de la Terre au Soleil.

Ce problème est aujourd'hui résolu car on a trouvé, grâce à Halley un moyen de déterminer la parallaxe du Soleil, c'est à dire l'angle sous lequel depuis le Soleil on voit le diamètre de la Terre.

En effet, le diamètre terrestre étant connu, un simple calcul trigonométrique nous donne la distance depuis laquelle on le voit sous un angle donné.

Le procédé de calcul de la parallaxe fait intervenir le passage de Vénus devant le Soleil. Ce problème est lié aux déplacements des planètes. Nous l'évoquerons plus loin.

Sitôt après KEPLER, à la suite de la découverte de la troisième loi, la connaissance des durées de révolution sidérale des différentes planètes a permis de calculer leurs distances respectives au Soleil ; mais toujours par rapport à la distance de référence Soleil / Terre prise pour unité : c'est l'*Unité Astronomique* (UA).

Prenons l'exemple de Saturne :

Par le procédé simple

$$1/T' = 1/T - 1/t$$

où $T = 365,26$ jours et $t = 378$ jours (facile à observer et mesurer), on trouve la valeur de la révolution sidérale de Saturne qui est : $T' = 29$ ans 167 jours soient 10 759 jours.

Utilisant la troisième loi de KEPLER $a'^3/a^3 = T'^2/T^2$ où la distance Soleil / Terre vaut 1 ($a = 1$) nous obtenons la distance moyenne de Saturne au Soleil :

$$a' = \sqrt[3]{T'^2/T^2} = 9,5 \text{ UA}$$

On ferait de même pour toutes les autres planètes et l'on trouverait comme distance au Soleil (en Unités Astronomiques) :

Mercure : 0,39

Vénus : 0,72

Terre : 1,0

Mars : 1,52
Jupiter : 5,20
Saturne : 9,5
Uranus : 19,2
Neptune : 30,1
Pluton : 39,6

Il convient de parler ici de la loi de TITUS-BODE, loi empirique qui donne la distance des planètes au Soleil d'après une formule mathématique. Elle est valable jusqu'à Uranus et tient compte des Petites Planètes qui gravitent entre Mars et Jupiter.

On a :

$$a = 0,4 + 0,3 \times 2^{p-2}$$

On saute Mercure et on compte $p = 2$ pour Vénus, 3 pour la Terre, 4 pour Mars, 5 pour les Petites Planètes, 6 pour Jupiter etc. On obtient alors d'après cette loi :

Mercure : 0,4
Vénus : 0,7
Terre : 1,0
Mars : 1,6
Petites Planètes : 2,8
Jupiter : 5,2
Saturne : 10
Uranus : 19,6

mais elle s'arrête ici car elle diverge et ne s'applique plus au-delà d'Uranus.

Phase des planètes

La découverte des phases de Vénus a été l'un des arguments de GALILÉE pour soutenir la théorie héliocentrique de COPERNIC.

Les planètes étant des corps célestes obscurs, éclairés par le Soleil, leurs positions relatives par rapport à l'astre lumineux

les amèneront à présenter vers la Terre une face plus ou moins éclairée ou plus ou moins obscure.

Comme sur la Lune, nous y découvrirons des phases. Ces phases seront complètes, depuis le cercle entièrement éclairé jusqu'à l'astre obscur, ou bien incomplètes.

Cas d'une planète inférieure

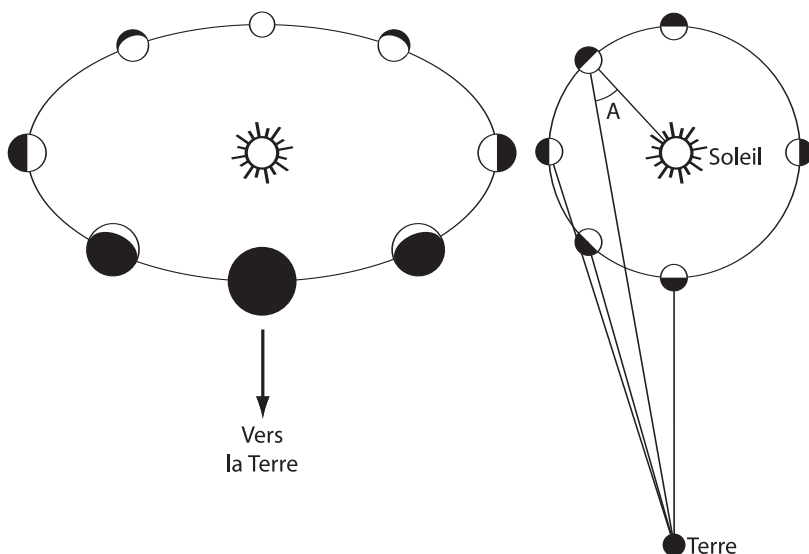


Figure 15

Ces phases ne sont visibles que dans une bonne lunette. Les phases étant liées à la position de la planète par rapport au Soleil, lorsque la planète est pleine, elle est à sa conjonction supérieure et à son point le plus éloigné de la Terre, donc peu visible (10" pour Vénus, 5" pour Mercure). Elle sera au plus près de la Terre lors de sa conjonction inférieure, mais nous ne la verrons pas car elle sera obscure. Le maximum d'éclat est atteint aux alentours des digressions maximales.

Cas d'une planète supérieure :

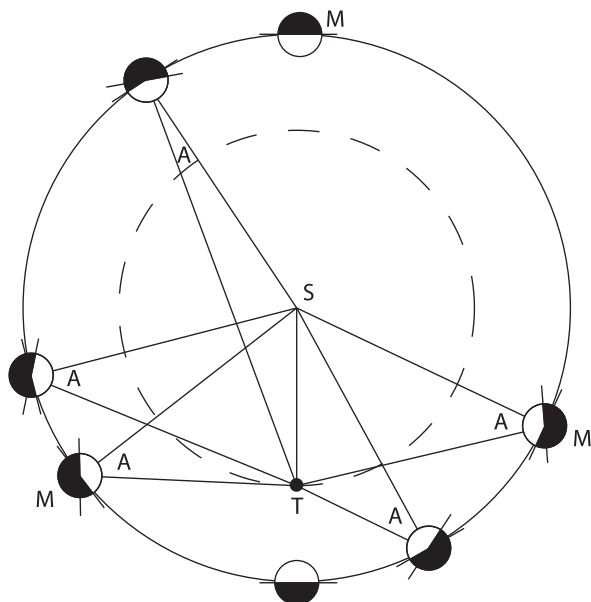


Figure 16

Une planète supérieure ne présente jamais de phase obscure. On peut voir sur la figure 16 que la planète M (on a choisi Mars) présente toujours une face bien éclairée à la Terre. Ces variations de phases sont visibles sur Mars, mais à peine perceptibles sur Jupiter, Saturne et les autres planètes extérieures.

Comparaison entre les phases lunaires et les phases planétaires

Un raisonnement simple permet de calculer l'angle de phase (angle approché car on néglige l'inclinaison des orbites). Ce calcul s'applique également à la Lune, c'est pourquoi j'en parle ici.

Cas de la Lune

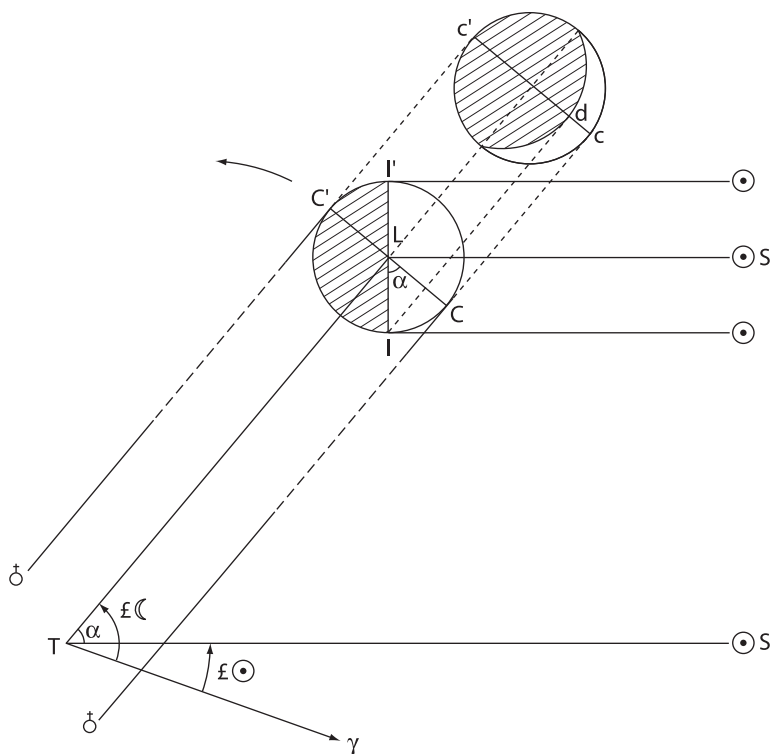


Figure 17

Tout hémisphère de la Lune tourné vers le Soleil est éclairé ; il est limité par le cercle d'illumination II' perpendiculaire à LS . L'hémisphère de la Lune tourné vers la Terre est limité par un grand cercle, le cercle de contour apparent CC' perpendiculaire à LT . L'observateur terrestre ne voit de la Lune que la partie commune à ces deux hémisphères.

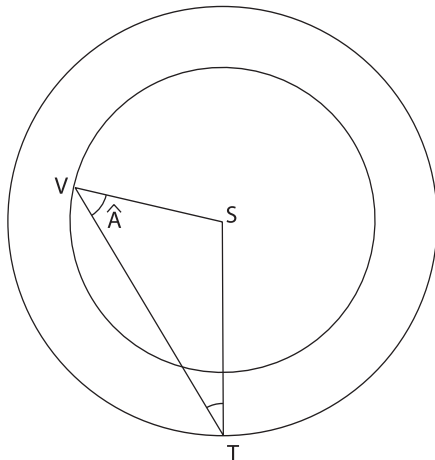
Pour représenter le disque lunaire tel qu'il est vu de la Terre, rabattons le cercle de contour apparent CC' sur le plan de figure, et projetons sur son rabattement la partie du cercle d'illumination II' qui est visible de la Terre.

La partie éclairée cd du diamètre cc' du disque lunaire est

fonction de l'angle $\alpha = I L C = L T S$, dit angle de phase. Il est approximativement égal à la différence des longitudes célestes de la Lune et du Soleil :

$$a = \text{☾} - \text{☉}$$

Cas de Vénus



$$TS = 1$$

$$VS = 0,72$$

$$\sin A / TS = \sin T / VS$$

d'où pour Vénus

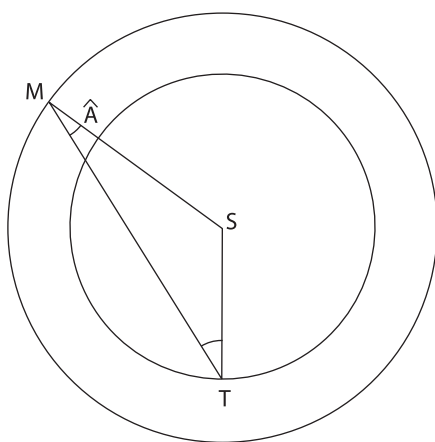
$$\sin A = \sin T / 0,72$$

et d'où A

$$\text{Angle de phase} = 180^\circ - A$$

Figure 18

Cas de Mars



$$TS = 1$$

$$MS = 1,52$$

$$\sin A / TS = \sin T / MS$$

d'où pour Mars

$$\sin A = \sin T / 1,52$$

et d'où A

$$\text{Angle de phase} = 180^\circ - A$$

Figure 19

Passage des planètes inférieures devant le Soleil

Étant donné que les planètes inférieures Mercure et Vénus gravitent entre le Soleil et la Terre, à chaque révolution synodique elles passent entre le Soleil et nous, lors d'une conjonction interne.

Il peut donc arriver que lorsque Terre, planète et Soleil sont exactement alignés, l'on voie depuis la Terre la planète se détacher comme un point sombre sur le disque solaire tout en se déplaçant sur celui-ci dans le sens rétrograde. Ce « *passage* » peut être considéré comme une mini-éclipse et obéit aux mêmes lois.

À la suite des travaux de KEPLER qui publia à Ulm en 1627 ses « *Tables Rudolphines* » où les prévisions des déplacements des planètes étaient calculées avec une précision encore jamais obtenue, l'astronome GASSENDI observa le premier en 1631 un passage de Mercure sur le Soleil.

Lui emboîtant le pas, le jeune anglais HORROCKS (il avait 22 ans et mourut à 24 ans) calcula la date du prochain passage de Vénus pour 1639. Avec son ami CRABTREE ils se préparèrent à observer l'événement pour pouvoir en donner une description ; mais seul HORROCKS put rendre compte du phénomène, car CRABTREE tellement fasciné et ému par le spectacle de Vénus passant devant le disque solaire ne put faire aucune mesure ni observation sérieuse avant la fin du passage.

Les passages suivants de Vénus eurent lieu en 1761, 1769, 1874 et 1882. Le prochain aura lieu en 2004.

C'est lors du passage de Vénus de 1769 que put être calculée la parallaxe du Soleil qui permit de mesurer la distance Soleil / Terre (voir pages 18 & 19).

La méthode avait été mise au point par Edmund HALLEY (celui de la comète) en 1716 afin qu'elle serve aux prochains passages de 1761 et 1769. HALLEY savait bien qu'il ne pourrait jamais utiliser sa méthode et qu'il aurait cessé de vivre (il était né en 1656) quand le moment de l'employer serait venu. Il faisait dans l'exposé « *prière à la postérité de se souvenir que l'idée venait d'un anglais* ».

La méthode de HALLEY consiste à observer depuis deux endroits si possible diamétralement opposés de la Terre, les cordes parcourues par Vénus sur le Soleil afin d'obtenir par constructions géométriques l'angle sous lequel depuis le Soleil on voit le diamètre terrestre.

De très nombreuses expéditions scientifiques ont été organisées en 1761, 1769, 1874, et 1882. Elles avaient pour mission d'observer les passages de Vénus sur le Soleil depuis le plus grand nombre de points sur la Terre, les plus éloignés possibles les uns des autres, dans la zone de visibilité du phénomène.

En 1769 il fut observé dans 77 stations par 151 astronomes. Huit pays avaient mis au point 150 programmes. Le Capitaine James COOK l'observa avec un groupe de six savants depuis Tahiti. Il y aurait des romans à écrire sur les heurs et malheurs de ces expéditions, en particulier sur les déboires de Guillaume LE GENTIL DE LA GALAISIERE en Inde et de l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE mort de la fièvre jaune en Californie à l'âge de 41 ans le 1^{er} août 1769.

Comme pour les éclipses du Soleil par la Lune, pour que le passage ait lieu, il faut que les deux astres se trouvent au même point du ciel, vus de la Terre. Ceci ne peut survenir que lorsque la planète et le Soleil sont ensemble aux points d'intersection de leurs trajectoires respectives.

La trajectoire du Soleil est par définition l'écliptique, justement ainsi nommée car s'y passent toutes les éclipses et passages. La trajectoire de la planète fait un certain angle appelé *inclinaison de l'orbite* avec l'écliptique.

Soit i Mercure = 7° et i Vénus = $3^\circ 4'$

Les intersections des deux trajectoires (orbite et écliptique) s'appellent les *nœuds* de l'orbite. Ces nœuds se déplacent le long de l'écliptique, très légèrement dans le temps $1,2^\circ$ par siècle pour Mercure et $0,9^\circ$ pour Vénus. On néglige ce déplacement dans la théorie des passages.

Nous comprenons donc que la planète ne pourra rencontrer le Soleil que lorsqu'elle coupera l'écliptique, c'est à dire lorsqu'elle passera à l'un des nœuds de son orbite, à condition que le Soleil s'y trouve également (ce qui est rarement le cas !).

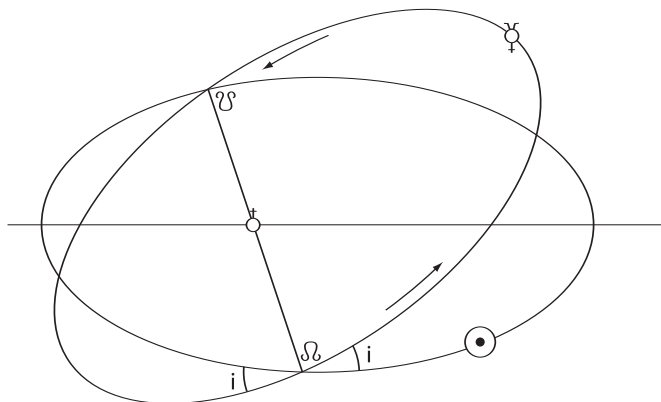


Figure 20

La position des nœuds des différentes planètes sur l'écliptique est connue, actuellement (1990) la longitude céleste du nœud ascendant de Mercure (☿ ☊ ☿) est $48^{\circ} 12,8'$, celle du nœud descendant (☿ ☋ ☿) est $(180^{\circ} + 48^{\circ} 12,8') = 228^{\circ} 12,8'$.

Pour Vénus nous avons : nœud ascendant = $76^{\circ} 35,4'$ et nœud descendant = $(180^{\circ} + 76^{\circ} 35,4') = 256^{\circ} 35,4'$.

Ceci connu, cherchons dans les éphémérides les dates de l'année (solaire) où le Soleil passe à ces différents points de l'écliptique :

Mercury - Nœud ascendant : $48^{\circ} 12,8'$

Passage Soleil le 9 mai 1990

Mercury - Nœud descendant : $228^{\circ} 12,8'$

Passage Soleil le 10 nov 1990

Vénus - Nœud ascendant : $76^{\circ} 35,4'$

Passage Soleil le 7 juin 1990

Vénus - Nœud descendant : $256^{\circ} 35,4'$

Passage Soleil le 8 décembre 1990

Pour chaque année la date varie de 1 à 3 jours à cause de l'année bissextile intercalée tous les quatre ans.

Un passage de Mercure devant le Soleil ne pourra donc avoir lieu qu'aux alentours du 9 mai et du 10 novembre et un passage de Vénus qu'autour des 7 juin et 8 décembre.

Des calculs qui dépassent le cadre de ce modeste exposé nous apprennent le fréquence des passages pour chacune des planètes, la durée du passage et bien d'autres choses encore !

On obtient les renseignements suivants :

	Fréquence	Durée d'un passage central
Mercure	13 à 14 par siècle	Novembre : 5,50 h - Mai : 7,95 h
Vénus	Groupe de 2 passages à 8 ans d'intervalle tous les 243 ans	Décembre : 8,16 h - Juin : 8,11 h

Prochains passages de Vénus

Juin 2004, 2012, 2247, 2255, 2490, 2498.

Décembre 2117, 2125, 2360, 2368.

Pour conclure, disons que la méthode des passages de Vénus développée par HALLEY pour déterminer la parallaxe du Soleil est maintenant abandonnée du fait de la difficulté à apprécier les contacts Soleil / planète dont le premier (apparition sur le disque solaire) était le plus souvent manqué. On utilise actuellement la méthode des petites planètes : photographies du déplacement sur fond d'étoiles dont on connaît les distances angulaires et les positions exactes

Les mesures les plus récentes donnent comme parallaxe du Soleil : 8"790.

Louis CAMPION, Capitaine au Long Cours Novembre 1989

La Société d'Astronomie de Nantes

Résolument tournée vers le grand public, la SAN vous propose de découvrir l'astronomie ou d'approfondir vos connaissances dans ce domaine de multiples façons :

- Assister aux exposés d'astronomie présentés lors des réunions du vendredi soir, ouvertes à tous les adhérents, au local de la Société à partir de 20h30.
- Consulter ou emprunter l'un des mille ouvrages que possède le fonds bibliothécaire.
- Participer aux observations de découverte ou de perfectionnement. Vous pouvez également emprunter un instrument.
- Assister aux conférences au cours desquelles des astronomes et astrophysiciens de renom viennent présenter les derniers acquis de leurs travaux.
- Solliciter la SAN pour animer des actions pédagogiques préparées à l'attention de public scolaire ou adulte.
- Visiter les expositions auxquelles la SAN participe régulièrement.
- Apporter votre contribution à la réalisation de travaux pratiques d'astronomie tels que la mesure de la masse de Jupiter ou l'évaluation des altitudes des reliefs lunaires.
- Réfléchir et débattre des grands thèmes de la physique, de l'astrophysique et de la science en général au sein d'un groupe de réflexion théorique.
- Enfin, l'astronomie nécessitant des connaissances et des compétences multiples (en optique, mécanique, électronique, etc.), offrir un peu de votre temps pour la conception ou à la réalisation de projets astronomiques.

Pour participer à ces activités, il vous suffit de devenir adhérent.

La Société d'Astronomie de Nantes est une association fondée en 1971 et régie par la loi de 1901.

LE SYSTÈME DE KEPLER

Louis CAMPION

Dans ce fascicule, Louis Campion explore le système de Kepler, en expliquant comment celui-ci, s'appuyant sur les observations de Tycho Brahe, a établi ses lois du mouvement planétaire. Il détaille la méthode de triangulation utilisée par Kepler pour déterminer les orbites terrestres et martiennes, aboutissant à la découverte des orbites elliptiques et des trois lois fondamentales. Il examine également comment le système héliocentrique de Kepler explique les mouvements apparents et les phases des planètes, comparant ces phénomènes aux phases lunaires et discutant l'importance des transits de Vénus pour mesurer la distance Terre-Soleil.



**SOCIÉTÉ
d'ASTRONOMIE
de NANTES**

Société Scientifique d'Éducation Populaire agréée Jeunesse et Sports
35, boulevard Louis Millet - 44300 NANTES - Tél. 02 40 68 91 20 - Fax 02 40 93 81 23
Internet : www.san.asso.fr - E-mail : san@san-fr.com