

N° 19

RELATIVITÉ D'ÉCHELLE ET STRUCTURATION DES SYSTÈMES PLANÉTAIRES

Laurent NOTTALE



Les Cahiers de la SAN

RELATIVITÉ D'ÉCHELLE ET STRUCTURATION DES SYSTÈMES PLANÉTAIRES

Laurent NOTTALE

CNRS - Observatoire de Paris-Meudon

Édition 2011

Les « **Cahiers de la SAN** » sont édités par la Société d'Astronomie de Nantes,
Société Scientifique d'Éducation Populaire agréée Jeunesse et Sports.

35, boulevard Louis-Millet

44300 NANTES

Tél. 02 40 68 91 20 - Fax 02 40 93 81 23 - E-mail : san@san-fr.com

© Toute reproduction intégrale ou partielle faite par quelque procédé que ce soit,
sans l'autorisation de la Société d'Astronomie de Nantes, est interdite.

RELATIVITÉ D'ÉCHELLE ET STRUCTURATION DES SYSTÈMES PLANÉTAIRES

Une des principales hypothèses fondatrices de la physique depuis presque quatre siècles est celle de la différentiabilité des variables d'espace et de temps. Cette hypothèse a même joué un rôle fondateur pour la physique mathématique moderne. Elle sous-tend en effet l'écriture des lois de la physique sous forme d'équations intégral-différentielles. Elle reste pourtant arbitraire, n'étant prouvée ni théoriquement ni expérimentalement. Tout au contraire, le physicien américain Richard Feynman démontrait dès les années 40 que l'on pouvait caractériser les trajectoires typiques des particules en mécanique quantique comme étant continues mais non-différentiables(1)...

La théorie de la relativité d'échelle⁽²⁾ se fonde sur l'abandon de cette hypothèse. Le problème semble difficile, car avec cet abandon, c'est l'outil fondamental de la physique, le calcul infinitésimal, qui semble perdu. Sa solution passe par une conséquence apparemment indirecte de la non-différentiabilité : on démontre que la longueur d'une courbe continue mais non dérivable dépend explicitement de l'échelle à laquelle on la considère, et tend vers l'infini quand cette échelle tend vers zéro. En d'autres termes, une telle courbe montre des structures à toutes les échelles (figure 1) ; elle est donc fractale au sens le plus général de ce terme (introduit par B. MANDELBROT en

1975⁽³⁾). Ceci sera vrai, plus généralement, d'une surface, d'un volume ou d'un espace.

La construction de la théorie de la relativité d'échelle procède par étapes.

- On introduit l'échelle de manière explicite dans les lois de la physique. Les variables d'échelle y deviennent essentielles, universelles, inhérentes à la structure de l'espace-temps (figures 1 et 2). Toutes les grandeurs physiques dépendent maintenant a priori des résolutions spatio-temporelles. Il en sera automatiquement de même des équations de la physique, ce qui implique de les compléter par de nouvelles lois d'échelle décrivant cette dépendance.
- L'universalité de la dépendance d'échelle est prise en compte en considérant que les résolutions caractérisent « l'état d'échelle » du système de coordonnées, de même que les vitesses caractérisent son état de mouvement.
- Aucune échelle dans la nature ne peut être définie de manière absolue : la référence à une autre échelle (une unité) est toujours nécessaire, ce qui permet d'étendre aux nouvelles lois d'échelles le principe de relativité. Ce principe avait jusqu'à maintenant été appliqué, de GALILÉE à EINSTEIN, aux lois du mouvement. Ainsi, EINSTEIN l'énonce en 1916 comme le postulat que « les lois de la nature doivent être valables quel que soit l'état de mouvement du système de coordonnées ». En se fondant sur le caractère relatif de toute échelle spatiale ou temporelle, on rajoute la même exigence d'universalité des lois en ce qui concerne l'état d'échelle.

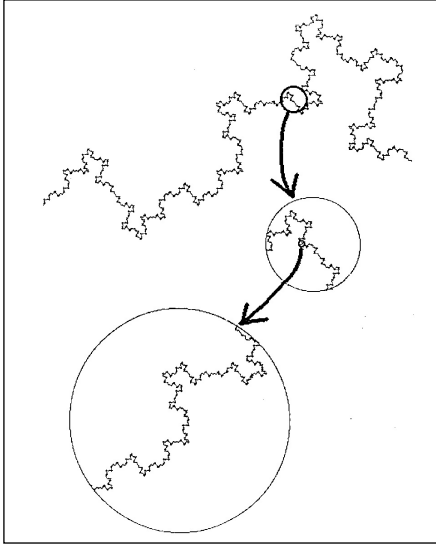


Figure 1. Une courbe non-différentiable montre de nouvelles structures à toutes les échelles, ce qui empêche de définir une pente limite (donc la vitesse d'une particule qui suivrait une telle trajectoire). Mais une pente peut être définie pour toute valeur fixée de l'intervalle de résolution : en relativité d'échelle, on réintroduit donc une pente généralisée, qui n'est plus un nombre unique, mais une fonction explicite de la résolution.

Mathématiquement, le principe de relativité se traduit par le principe de covariance, qui peut s'énoncer comme suit : les équations de la physique doivent garder leur forme la plus simple dans toutes les transformations du système de coordonnées (y compris les transformations d'échelle dans la nouvelle théorie, c'est-à-dire les dilatations et contractions des résolutions). L'intérêt de ce principe est qu'il est constructif : il apparaît comme une contrainte qui vient restreindre les structures physiquement possibles, et qui se traduit sous la forme des équations fondamentales de la physique.

L'espoir sous-jacent à cette approche est que la coexistence dans la physique actuelle de « lois » totalement différentes sinon opposées, telles les lois classiques et les lois quantiques, soit en fait la manifestation de lois uniques, plus profondes, mais exprimées dans des systèmes de coordonnées différents. Ce qui a changé entre ces systèmes, ce ne sont plus la position, l'orientation des axes, la vitesse ou l'accélération comme en physique du mouvement, mais les résolutions spatio-temporelles, caractérisant l'échelle.

Effectivement, l'un des principaux résultats conceptuels obtenus par cette théorie est la possibilité d'écrire les lois de la mécanique quantique sous la même forme que celles de la mécanique classique. Les différents effets de la non-différentiabilité et de la fractalité de l'espace-temps sur les déplacements élémentaires sont inclus dans la définition d'une « dérivée covariante d'échelle » (1,4). Le remplacement de la dérivée ordinaire par cette dérivée covariante transforme les équations classiques en équations quantiques et permet de retrouver les principaux axiomes de la mécanique quantique. Ainsi le comportement quantique s'explique comme manifestation du caractère fractal de l'espace-temps, de même que la gravitation est comprise en relativité d'Einstein comme manifestation de sa courbure.

Mais si les lois quantiques apparaissent finalement comme l'expression d'une plus grande généralité, comment s'expliquer les nombreux domaines de la physique où prévalent les lois classiques ? La réponse que propose la relativité d'échelle à cette question est triple et implique d'importantes conséquences pour la structuration de l'univers.

Le premier argument résulte de la construction des nouvelles lois d'échelles. Celles-ci sont rendues nécessaires par la dépendance d'échelle universelle qu'impose la non-différentiabilité, et doivent compléter les lois du mouvement dans la nouvelle théorie. On peut les construire dans un premier temps comme les lois les plus simples qui satisfassent au principe de relativité. Le résultat de cette construction (figure 3) est un comportement fractal self-similaire⁽⁴⁾, à dimension fractale constante (qui est l'équivalent pour les lois d'échelle de ce qu'est le mouvement inertiel pour les lois du déplacement), mais pas seulement : il combine en fait une dépendance des résolutions en loi de puissance aux petites (ou grandes) échelles avec une totale indépendance aux grandes (respectivement, petites) échelles, la transition étant assez rapide entre ces deux régimes.

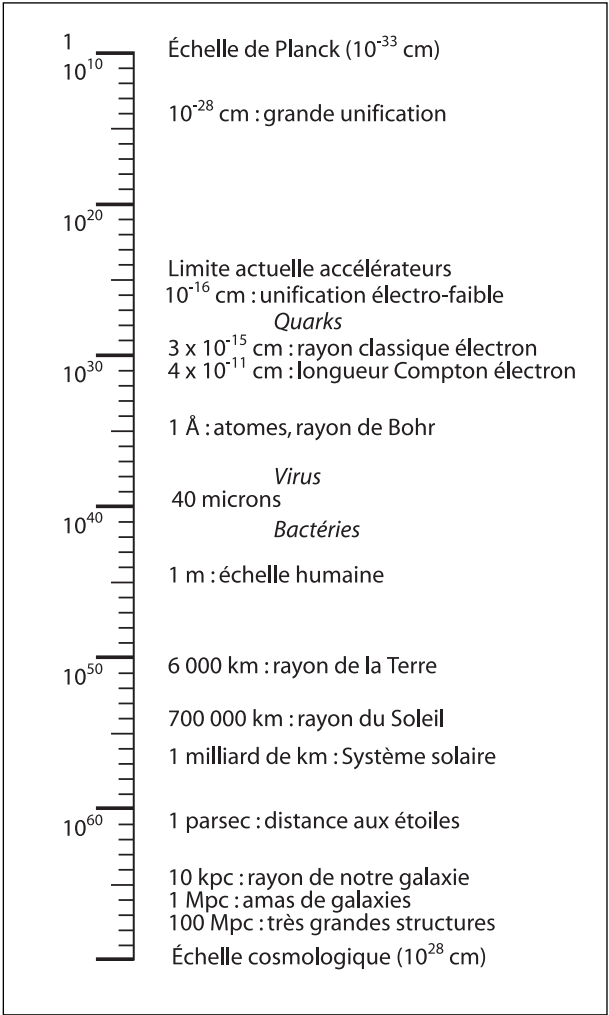


Figure 2. La dimension des différentes résolutions dans la nature, qui caractérisent « l'état d'échelle » du système de coordonnées en théorie de la relativité d'échelle. Cette « échelle des échelles » et les transformations qui y prennent place, constituent un cadre de pensée nouveau pour la physique, correspondant à un changement de niveau conceptuel supplémentaire par rapport à la notion d'espace-temps.

En microphysique, l'interprétation est claire : le régime fractal correspond au comportement quantique ; le régime indépendant d'échelle, (qui joue, pour les lois d'échelle le rôle que joue la statique dans les lois du mouvement) aux lois classiques; la transition s'identifie à l'échelle de DE BROGLIE. Le classique apparaît ici comme une dégénérescence du quantique.

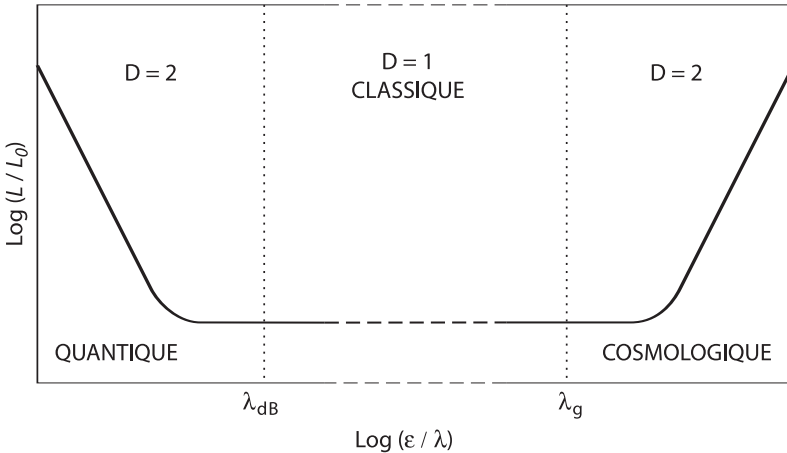


Figure 3. Comportement d'échelle attendu pour la longueur d'une géodésique dans le cas des lois relativistes d'échelle les plus simples. Il y a indépendance d'échelle dans le domaine classique intermédiaire, et transitions vers un comportement à dimension fractale constante (loi de puissance) vers les petites et grandes échelles.

Mais ce résultat en implique un autre, plus inattendu : il y a une totale symétrie dans les équations d'échelle, et rien ne vient privilégier a priori la solution où le comportement fractal apparaît à petite échelle et disparaît à grande échelle. On s'attend donc à ce que la solution inverse soit aussi réalisée dans la nature : des lois classiques à (relativement) petite échelle, suivies d'une transition vers des lois fractales, donc « quasi-quantiques » aux très grandes échelles de temps et d'espace (2,5,6).

Un deuxième raisonnement va dans le même sens. Le domaine classique correspond, dans notre approche, à une brisure de la symétrie d'échelle. Quelles seraient les lois d'un univers où cette brisure de symétrie n'aurait pas eu lieu ? Aucune échelle statique ne pourrait servir de référence pour définir les autres. On ne pourrait y construire aucune unité. Seul des rapports d'échelle ayant un sens, jamais une échelle absolue, un tel monde ne pourrait être décrit que par une physique du nombre pur. S'il est clair que tel n'est pas notre univers actuel, tout indique que cet état fut réalisée dans les tous premiers instants de l'univers primordial⁽⁶⁾. Le domaine indépendant d'échelle est ainsi apparu du fait de l'expansion et du refroidissement de l'univers, comme une sorte d'ouverture au sein de cette dimension nouvelle qui décrit l'ensemble des résolutions possibles dans la nature (figures 3 et 4).

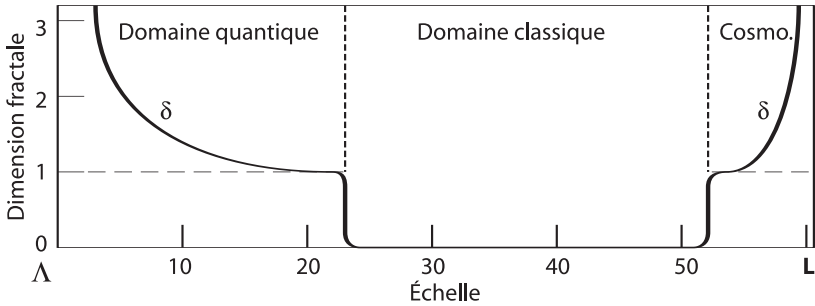


Figure 4. Variation de $d = D - 1$, où D est la dimension fractale effective, en fonction du logarithme de la résolution, en relativité d'échelle restreinte. Il apparaît dans ce cadre généralisé une échelle de résolution minimale, identifiée à l'échelle de Planck, et une échelle maximale, liée à la constante cosmologique.

Aussi la même conclusion que précédemment s'impose-t-elle : dans ces conditions, seul le domaine d'échelles intermédiaire peut être classique, et l'espace-temps doit devenir fractal vers les petites, mais aussi vers les grandes échelles de temps et d'espace⁽²⁾.

Notre troisième argument est lié au chaos dynamique. Le chaos est la très forte sensibilité d'un système en fonction de ses conditions initiales. De toutes petites différences sont amplifiées de manière exponentielle à un point tel qu'au delà d'une certaine échelle de temps, l'évolution future du système devient imprédictible. Ce phénomène, découvert il y a un siècle par Henri POINCARÉ dans les équations de la mécanique céleste, s'est révélé depuis comme une propriété générale des systèmes naturels. C'est ainsi que le caractère actuellement chaotique du système solaire interne a été établi en 1989 par Jacques LASKAR, du Bureau des Longitudes (7,8). Son temps de chaos est de 5 millions d'années. Plus récemment, G. SUSSMAN et J. WISDOM⁽⁹⁾ du MIT ont montré qu'il en était de même des planètes joviennes, avec un temps de chaos de 20 millions d'années.

Ce chaos dynamique est souvent appelé « déterministe », ce qui peut paraître assez paradoxal. Si les équations qui montrent du chaos sont effectivement celles, déterministes, de la physique classique, parler de déterminisme pour les solutions de ces équations peut sembler abusif. Aux grandes échelles de temps, au delà de l'horizon de prédictibilité, une trajectoire individuelle donnée perd toute signification physique. On peut alors s'interroger sur la validité d'équations dont les solutions individuelles sont devenues inutilisables. Au delà de l'horizon de prédictibilité, ne faut-il pas définitivement abandonner la notion de trajectoires individuelles et passer à une théorie non-déterministe ? Mais les conséquences du chaos sont en fait plus radicales que le seul passage à une théorie statistique. Observons à trois échelles différentes la manière dont se séparent deux trajectoires chaotiques, initialement très proches l'une de l'autre (figure 5). Considérées à petite échelle de temps, les deux trajectoires, longtemps indistinguables, se séparent progressivement l'une de l'autre. À échelle intermédiaire, la séparation est brusque. À grande échelle on croirait observer l'effet d'un choc ou d'une collision. Ce comportement sera vrai en tout point (à la résolution considérée), par amplification de fluctuations

microscopiques incontrôlables. Ceci signifie qu'à grande échelle, les trajectoires chaotiques deviennent fractales et sont représentables par des courbes non-différentiables, explicitement dépendantes d'échelle⁽²⁾. Finalement, c'est l'ensemble des conditions qui ont permis de construire la dérivée covariante d'échelle que l'on retrouve. Une nouvelle fois, on arrive à la même conclusion : aux grandes échelles d'espace et de temps, un formalisme de type quantique pourrait remplacer la description classique.

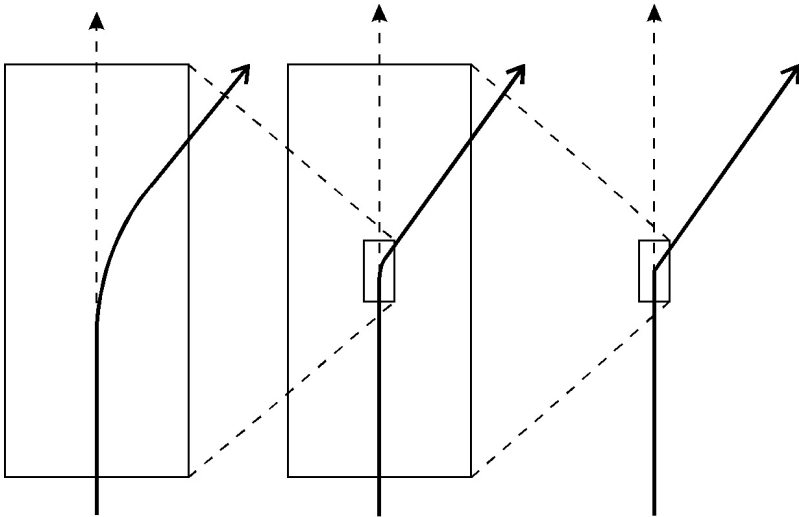


Figure 5. *Évolution relative de deux trajectoires chaotiques, vue à trois échelles différentes.*

Mais attention, si les outils de description sont semblables à ceux de la mécanique quantique (amplitude de probabilité complexe, équation de SCHRÖDINGER généralisée), on n'insistera cependant jamais assez sur le fait que la théorie correspondante n'est pas la mécanique quantique. Celle-ci, dans le domaine microphysique où elle porte sur des objets élémentaires, est associée à une interprétation et à une théorie de la mesure qui n'ont aucune raison de rester valables en macrophysique. Rappelons que la théorie de la relativité d'échelle rend compte du quantique microphysique en identifiant les « particules » (avec

leur dualité onde-corpuscule) aux propriétés géométriques de l'ensemble infini des géodésiques d'un continuum espace-temps strictement non-différentiable. Il n'y a plus dans cette approche d'objet qui « posséderait » une masse, une charge ou un spin, car ces quantités physiques fondamentales sont définies par les structures géométriques mêmes des géodésiques. De plus, l'indéterminisme y est ultime et définitif, aucune limite inférieure ne mettant un terme à l'apparition sans fin de structures à des échelles de plus en plus petites. Dans le cas macrophysique au contraire, c'est par construction même qu'il existe une échelle de transition inférieure au dessous de laquelle on retrouve la physique classique. Les géodésiques y décrivent à nouveau des trajectoires suivies par des objets massifs. La théorie ressemble plus alors à une théorie à paramètres cachés (les variables classiques sous-jacentes) ce qui implique que la statistique restera classique, sans violer les inégalités de Bell. La description se fait en terme de probabilités de présence, qui se déduisent d'une équation de SCHRÖDINGER généralisée, et sont interprétées comme une tendance du système à former des structures.

Ce caractère quasi-quantique de la théorie permet de poser en termes complètement nouveaux le problème, crucial et universel, de la structuration des systèmes naturels. En effet, les conditions aux limites et les diverses contraintes spatio-temporelles globales vont se traduire, comme en mécanique quantique standard, par des lois de quantification, c'est-à-dire ici par l'apparition de sous-structures. En résumé, le chaos dynamique dû aux perturbations de l'environnement, et plus encore le « super-chaos » qu'est un espace-temps fractal, qui sont destructurants aux courtes échelles de temps, deviennent créateurs de structures au delà de l'horizon de prédictibilité.

Les domaines d'application potentiels d'une telle théorie sont extrêmement vastes, du seul fait de l'universalité du chaos dans les systèmes naturels (physique, chimie, climat, géophysique, vivant, fonctionnement du cerveau, économie...).

Pour certains de ces systèmes, en particulier vivants (en allant jusqu'à la conscience), certains auteurs ont déjà suggéré une intervention du quantique⁽¹⁰⁾. On ne peut en effet qu'être frappé par les propriétés non seulement de simple organisation, mais de cohérence, de non-localité, parfois peut-être même d'indiscernabilité que semble impliquer le vivant, toutes propriétés naturelles à la mécanique quantique (et prévues par elle), mais impossibles classiquement. Une telle proposition achoppait jusqu'à maintenant sur le fait que le comportement quantique semblait réservé au domaine microphysique, à part quelques effets quantiques macroscopiques telle la supraconductivité. Nul besoin d'insister sur l'ouverture que peut représenter la relativité d'échelle pour tous ces problèmes : les outils fondamentaux d'où émerge une large partie de l'essence du quantique, fonction d'onde complexe (impliquant des interférences), opérateurs et équation de Schrödinger (généralisée) y sont présents, mais sans plus être liés à la constante de PLANCK qui les confinaient au domaine microscopique...

Il paraissait logique de tenter, dans un premier temps, de valider la nouvelle théorie dans le domaine même où le chaos fut pour la première fois mis en évidence, la mécanique céleste. Ceci s'imposait d'autant plus que notre propre système solaire semble montrer de nombreuses structures dont toutes ne sont pas expliquées par le modèle standard de formation (distribution des distances des planètes, de leur moment angulaire, de leur masse...).

Il s'agit d'appliquer la nouvelle théorie à des particules plongées dans un champ de gravitation. Ce cas joue de toutes façons un rôle particulier en relativité d'échelle, en raison du statut particulier de la gravitation. En relativité générale d'Einstein, celle-ci s'identifie aux différentes manifestations de la géométrie courbe de l'espace-temps. Le problème posé devient donc purement géométrique. C'est celui de particules plongées dans un espace plat à « petite » échelle, courbe à grande échelle

et fractal à très grande échelle (ici, de temps). À la limite, la nature de la nouvelle théorie appliquée à la gravitation devient une question de définition. Si l'on appelle « gravitation » l'ensemble des manifestations de la géométrie de l'espace-temps à grande échelle, et pas seulement de la courbure, le problème serait alors de construire une nouvelle théorie de la gravitation applicable aux très grandes échelles de temps et de longueur, (sans pour autant contredire la théorie actuelle, extrêmement bien vérifiée sur les courtes échelles de temps).

Ceci impose des contraintes nouvelles, qui vont distinguer encore plus la théorie de son pendant microphysique. La principale est le principe d'équivalence d'Einstein, qui doit rester valable dans le nouveau cadre. Il se traduit par le fait que dans l'équation des géodésiques généralisée, la masse inerte de la particule considérée doit disparaître. De plus, dans le problème de Kepler, on s'attend à ce que les fluctuations fractales croissent avec la masse gravitationnelle qui courbe l'espace-temps. Le résultat de ces deux contraintes est qu'au lieu de voir apparaître, comme en microphysique, une constante ayant la dimension d'un moment angulaire (qui s'identifie à la constante d'action de Planck, η), on prédit l'apparition d'une constante w ayant la dimension d'une vitesse.

Tout est maintenant en place pour l'application de la théorie au problème à deux corps (masse centrale + particule test). L'équation fondamentale de NEWTON (elle-même approximation de l'équation des géodésiques d'EINSTEIN) prend une nouvelle forme covariante d'échelle. Celle-ci s'intègre en une équation de Schrödinger généralisée, d'abord dépendante, puis indépendante du temps pour ce qui concerne la recherche de ses solutions stationnaires. Cette équation ressemble à celle qui régit les amplitudes de probabilité de l'électron dans l'atome d'hydrogène. Cependant la force attractive n'y est plus l'électromagnétisme mais la gravitation; la constante fondamentale n'y est plus une action η mais une vitesse, w_0 ; les échelles de temps

concernées ne sont plus infimes par rapport aux nôtres ($\lambda 10^{-16}$ s, de l'ordre de l'inverse de la constante de RYDBERG), mais énormes ($\lambda 10^{17}$ s, de l'ordre du milliard d'années) ; enfin l'interprétation est différente, comme nous l'avons indiqué plus haut.

Le résultat (2,5,11) obtenu complète les énoncés de la théorie classique. Dans le problème de KEPLER, s'il existe classiquement des relations entre les éléments de l'orbite (telle la troisième loi de KEPLER), celle-ci peut se situer à n'importe quelle distance du corps central. Dans la nouvelle théorie, toutes les distances ne sont plus équiprobables. La distribution des probabilités s'annule vers les grandes distances, et montre un pic marqué pour des valeurs quantifiées de la distance, données par :

$$r_n = GM.n^2 / w^2$$

La vitesse d'une planète circulant au niveau de ce pic de probabilité est quantifiée d'une manière plus simple encore :

$$v_n = w / n^*$$

Avant de comparer notre système solaire, puis les systèmes planétaires extra-solaires récemment découverts avec cette prédiction, on peut utiliser son universalité (impliquée par l'interprétation la plus radicale de la théorie, dans laquelle c'est la structure universellement fractale de l'espace-temps lui-même qui agit) pour déterminer la constante w à partir de données totalement indépendantes, observées à des échelles totalement différentes. En effet, le problème à deux corps ne décrit pas seulement le comportement d'une particule de faible masse .autour d'un corps central, mais aussi, une fois définie une masse réduite, celui d'un système double. On s'attend donc à ce que les quantifications ci-dessus s'appliquent aussi, par exemple, aux paires de galaxies isolées.

Or il y a une vingtaine d'années, un effet statistique de quantification des différences de décalage spectral entre les deux membres de paires de galaxies était découvert par William TIFFT de l'université d'Arizona⁽¹²⁾. Traduites en vitesses radiales, ces différences n'avaient pas la distribution continue attendue, mais se concentraient autour de valeurs particulières comme 144 km/s, 72 km/s, 36 km/s et 24 km/s (figure 6). Cet effet rencontra d'abord le plus grand scepticisme, mais il fut par la suite confirmé par de nombreux auteurs, et retrouvé dans d'autres situations^(13,14). Il semblait si étonnant et incompréhensible qu'il amena son auteur et d'autres astrophysiciens à envisager que les décalages spectraux concernés aient une origine autre que l'effet DOPPLER-FIZEAU. Une telle interprétation, qu'aucune théorie solide ne pouvait soutenir, aurait ébranlé les bases mêmes de la cosmologie.

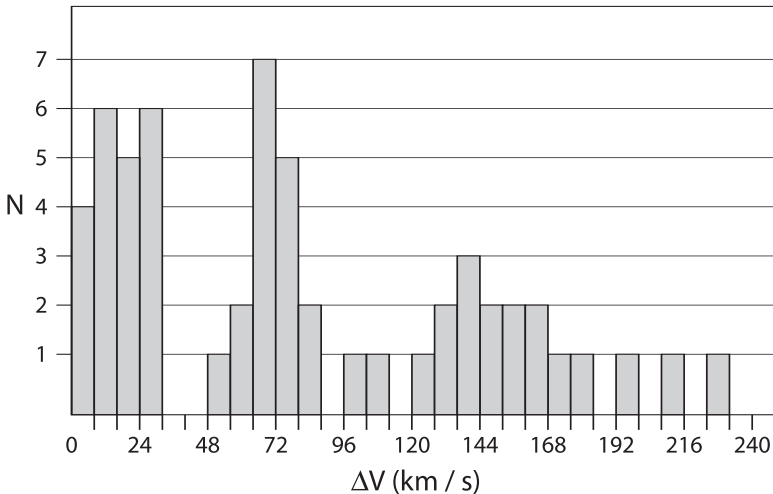


Figure 6. Distribution de la différence des vitesses radiales entre les deux membres de paires de galaxies isolées, d'après W.J. Cocke.

Il est tout de suite clair que la relativité d'échelle en rend compte, sans pour autant devoir abandonner l'interprétation

DOPPLER. Au contraire, c'est bien en interprétant les décalages spectraux comme des vraies vitesses que l'effet s'explique. Nul besoin d'imaginer une source nouvelle aux décalages vers le rouge qui n'impliqueraient que certaines valeurs quantifiées. Toutes les valeurs restent bien possibles, mais pas de manière équiprobable : c'est la distribution de leurs probabilités qui est affectée, montrant des pics aux valeurs $144 = 2 \times 72$, $36 = 72 / 2$, $24 = 72 / 3$ km/s, etc.

Nous pouvons maintenant en arriver au système solaire, armés de la conjecture que la nouvelle constante fondamentale vaut $w_0 = 144$ km/s ou un de ses multiples ou sous-multiples ^(6,11,15). Rappelons tout d'abord brièvement l'évolution des idées concernant les structures de notre système. La réalisation que les distances des planètes au soleil semblent suivre une loi bien définie remonte à KEPLER lui-même. De l'échec de cette quête sortirent néanmoins ses trois lois sur les orbites, que la théorie newtonienne devait remarquablement expliquer par la suite. En 1772, TITIUS proposait une loi empirique des distances planétaires que BODE reformula en 1778, selon laquelle les distances des planètes au soleil varient comme $0,4 + 0,3 \times 2^n$, où $n = 0$ pour Vénus, 1 pour la Terre, 2 pour Mars, etc... Bien sûr, cette « loi » n'est pas très cohérente : le Soleil en est absent, Mercure y correspond à $n = -\infty$, mais elle remporte néanmoins très vite des succès remarquables. Uranus est découvert en 1781 par William HERSCHELL à une distance de 19,2 UA, quand la loi de TITIUS-BODE prévoit 19,6 UA. Une planète supplémentaire est prédite entre Mars et Jupiter à 3 UA. La découverte de Cérès puis d'autres petites planètes semble d'abord vérifier cette prédiction. Mais c'est finalement une ceinture entière de milliers d'astéroïdes qui se révèle, distribués d'une manière complexe entre 2,1 et 3,3 UA essentiellement. La loi sert également à LE VERRIER comme première estimation de la distance de la planète dont il postule l'existence, à partir des perturbations résiduelles du mouvement d'Uranus dont les planètes connues ne rendent pas compte. Mais Neptune est

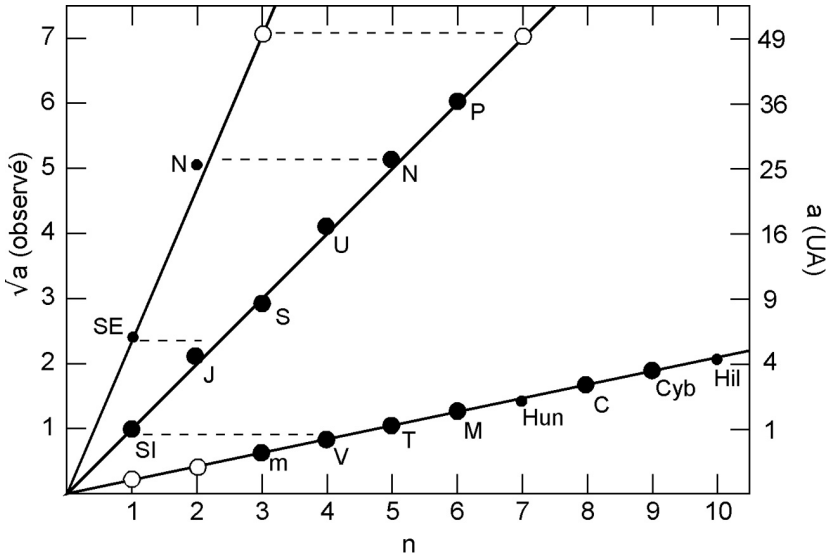


Figure 7. Comparaison entre les positions observées des planètes dans le système solaire à la prédiction théorique (les droites qui passent par les planètes des systèmes interne et externe ne sont pas ajustées, mais sont totalement contraintes a priori par la donnée de $w_0 = 144 \text{ km/s}$ et $144/5 \text{ km/s}$ (voir texte). Le système solaire interne dans son ensemble (SI) est l'orbitale $n = 1$ du système externe (SE), qui est sans doute lui-même une partie d'un ensemble plus vaste.

découvert à 30 UA du soleil au lieu de 39 UA. Quand à Pluton, trouvé par TOMBAUGH en 1930, sa distance est de 40 UA au lieu des 77 prévus. S'il existe bien une loi des distances planétaires, la formule de BODE ne peut donc en être qu'une approximation très grossière. Sa forme a conduit à de nombreuses propositions empiriques du type $a \propto b^n$, où le meilleur ajustement donne $b \approx 1,7$ plutôt que 2. De telles lois pourraient trouver simplement leur origine dans l'invariance d'échelle du disque initial, et seraient donc peu contraignantes, toutes les valeurs de a et b étant possibles⁽¹⁶⁾. De plus, des résultats récents semblent indiquer que le chaos à la fin de la période de formation était si

fort que les conditions du disque ont dû être définitivement perdues...⁽¹⁷⁾.

Notre prédiction d'une loi en n^2 totalement contrainte répond à ces questions. Il est remarquable qu'ici, l'invariance d'échelle est présente dans les principes de base qui servent à construire nos équations, mais pas directement dans la solution. Il avait déjà été remarqué, d'ailleurs, que des lois empiriques en n^2 donnaient un bien meilleur ajustement de notre système planétaire que les lois d'échelle⁽¹⁸⁾. On peut également rappeler à cette occasion la tentative de H. JEHL⁽¹⁹⁾, qui avait proposé dès 1938 d'appliquer la toute récente mécanique quantique au Système solaire (mais bien sûr sans justification), et celle de Ph. BLANCHARD, de l'université de Bielefeld en Allemagne, qui avait utilisé la mécanique de NELSON comme description des processus de diffusion dans le disque initial⁽²⁰⁾ : on obtient bien dans ce cas une équation du type SCHRÖDINGER, mais cette approche reste un modèle dépendant de paramètres libres. De plus elle ne s'applique pas au problème à deux corps et ne saurait donc rendre compte des nombreux résultats obtenus dans cette situation (galaxies binaires, étoiles doubles, étoile + une seule planète...), et encore moins de l'universalité de la constante w_0 , prédite par la relativité d'échelle et confirmée par les observations des systèmes planétaires, comme nous allons le voir.

Il suffit en effet de calculer les vitesses des planètes du système solaire interne (planètes telluriques) pour vérifier aussitôt que notre prédiction théorique est vérifiée dans ses moindres détails^(2,11,15) (figure 7). Les vitesses des planètes sont effectivement données par $v_n = w_0$ km/s, où $w_0 = 144,3$ km/s, et où Mercure, Vénus, la Terre et Mars prennent respectivement les rangs $n = 3, 4, 5$ et 6 . Cette loi s'étend jusqu'à la ceinture d'astéroïdes, où les principaux pics (en masse) correspondent à $n = 7$ à 10 . On notera que Mercure n'est pas la première planète dans ce cadre, mais la troisième. Deux orbitales intramercurielles

sont donc prévues, l'une à λ 0,18 UA ($n = 2$) et l'autre à λ 0,05 UA du soleil ($n = 1$). S'il semble très improbable qu'un petit corps ait pu subsister à λ 0,05 UA du soleil, l'existence d'une petite planète à 0,18 UA n'est pas totalement exclue⁽¹⁵⁾. Sa masse devrait être inférieure au 1/1 000 de celle de la Terre, pour ne pas perturber le résultat bien établi de l'avance du périhélie de Mercure prévu par la relativité générale d'EINSTEIN (43,03 secondes d'arc par siècle, la valeur observée étant $43,1 \pm 0,5$). La recherche d'un tel objet est actuellement en cours à l'observatoire de la côte d'azur⁽¹⁵⁾.

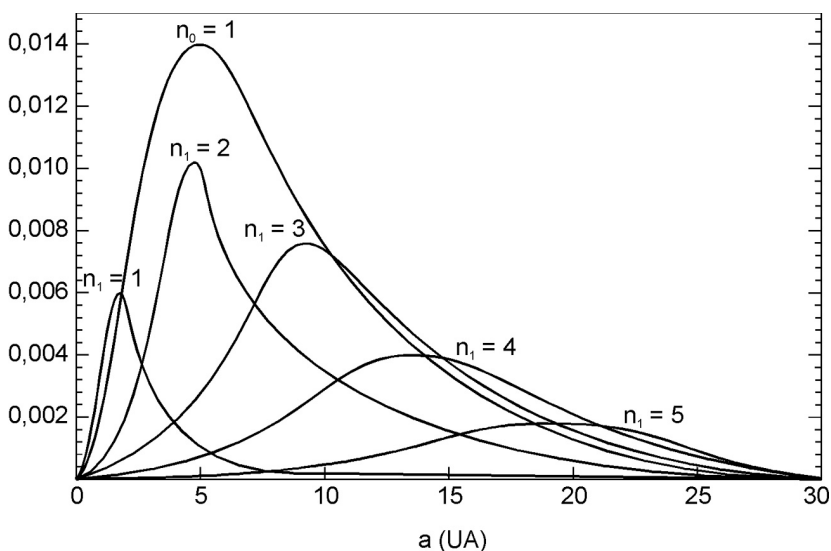


Figure 8. Fragmentation d'une orbitale $n = 1$ en sous-orbitales, induisant une hiérarchie naturelle.

Mais la théorie permet d'aller plus loin. Un de ses résultats essentiels est de créer des structures hiérarchiques de manière naturelle, grâce au raccordement attendu pour les fonctions d'ondes entre domaines différents (figures 7 et 8). C'est ainsi que l'ensemble du système solaire interne correspond à une fragmentation de l'orbitale $n = 1$ du système externe (figure 8). Ceci

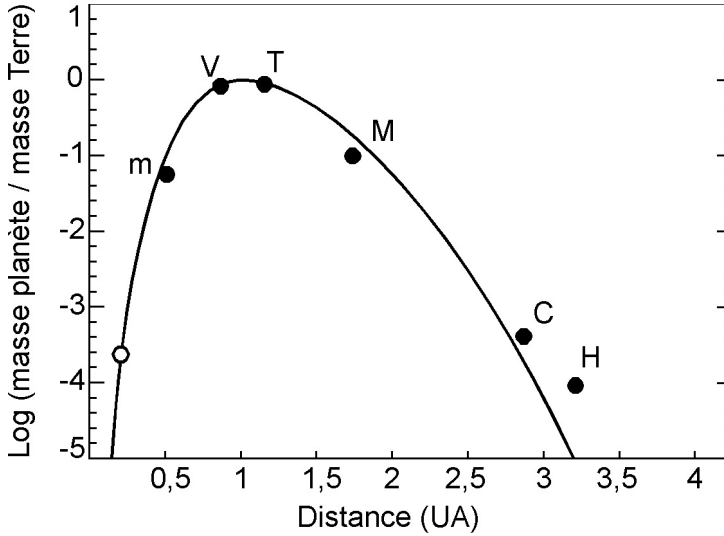


Figure 9. Comparaison entre les masses observées des planètes du système solaire interne et les prédictions du modèle hiérarchique (C et H correspondent aux pics en masse de la ceinture d'astéroïdes). L'éventuelle planète intramercurielle en $n = 2$ devrait avoir, si elle a pu résister aux perturbations et aux conditions que sa faible distance au soleil implique, une masse comprise entre 10^{-3} et 10^{-4} masse terrestre.

permet de la construire un modèle pour la distribution des masses des planètes et d'identifier la Terre, qui a la plus grande masse, au pic de probabilité du système interne (figure 9), donc de prédire une « quantification » du système externe en w_{ext}/n , où $w_{ext} = w_0 / 5 = 28,8$ km/s, prédiction qui est bien vérifiée, y compris par Pluton (figure 7). Là encore, la théorie permet des prédictions nouvelles : la première orbitale transplutonienne se trouve à λ 60 UA. La valeur du rapport 5 (le rang de la Terre dans le système interne) est due bien sûr au seul hasard, et n'a aucune raison d'être la même dans d'autres systèmes planétaires. On peut identifier en fait 4 niveaux de hiérarchie au moins dans notre système solaire. Vers l'extérieur, on peut à nouveau

considérer que le système externe s'est lui même fragmenté à partir d'une orbitale fondamentale (figures 7 et 8). Vers l'intérieur, une nouvelle fragmentation de l'orbitale fondamentale nous conduit à prédire (suivant l'unité fondamentale des structures attendue à des échelles différentes)... que le rayon du Soleil lui-même doit faire partie de la loi⁽¹¹⁾. Là encore, cette prédiction se trouve vérifiée par les données : la vitesse képlérienne d'une particule orbitant à un rayon solaire (700 000 km) d'une masse solaire est de $436,8 = 3 \times 145,6$ km/s, à comparer à $w_0 = 144,7 \pm$ km/s (moyenne pondérée sur ses déterminations stellaires, galactiques et extragalactiques).

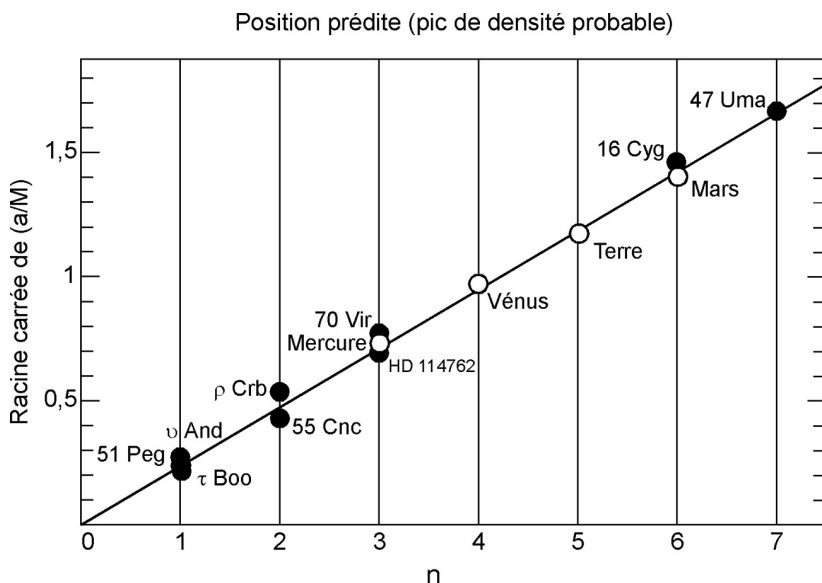


Figure 10. Comparaison des observations et de notre prédiction théorique pour le système solaire interne et les nouvelles planètes extra-solaires. La droite qui passe par les points n'est pas un ajustement, mais la prédiction a priori (qui correspond à la constante $w_0 = 144$ km/s).

Évoquons pour finir les systèmes planétaires extra-solaires récemment découverts. Il est clair d'emblée que les prédictions

de la théorie sont universelles et doivent s'appliquer à tous les systèmes gravitationnels, en particulier les systèmes planétaires extérieurs. Étant totalement contraintes, sans paramètre libre, une fois la valeur de w_0 fixée, elles peuvent être comparées aux nouvelles observations, y compris à des systèmes où une seule planète existe (ou a été découverte). Le résultat est remarquable (figure 10), en particulier par le fait que l'orbitale fondamentale à 0,05 UA (pour 1 masse solaire) est déjà réalisée par 3 planètes, dont la première découverte, *51 Peg*. Cette courte distance à son étoile avait semblé étonnante au moment de sa découverte, alors qu'on peut rappeler qu'elle était prédite bien avant celle-ci par la relativité d'échelle⁽²⁾. Ainsi, même si pour des raisons particulières d'évolution, les orbitales $n = 1$ et 2 ne sont pas réalisées dans notre propre système planétaire, les systèmes extra-solaires ont d'ors et déjà démontré leur existence.

Plus extraordinaire encore est le cas des trois planètes découvertes autour du pulsar PSR B1257+12. Sans doute parce qu'il s'agit là d'un système qui est resté bien décrit par le problème gravitationnel à deux corps, sans perturbations importantes, au cours de son évolution, l'accord avec la théorie est si précis que les termes du second et du troisième ordre peuvent être éprouvés⁽¹¹⁾. En effet, la conservation de l'énergie implique que, en l'absence de perturbation, les planètes doivent se trouver aux valeurs moyennes des distributions de probabilité, qui sont légèrement différentes des pics, en $n^2 (1 + 1/2n) a_0$ au lieu de $n^2 a_0$. L'accord est au niveau de quelques 10^{-4} (figure 11), dix fois meilleur qu'avec la formule en n^2 (pour laquelle il serait déjà remarquable).

Remarquons pour conclure que ces résultats ne sont qu'une partie d'un ensemble beaucoup plus vaste de structures prédites par la théorie. Dans le cas des systèmes gravitationnels, seul le problème de KEPLER a été évoqué ici, mais d'autres types de quantifications sont attendues pour d'autres potentiels, le cas cosmologique étant particulièrement intéressant. Au delà, comme

nous l'avons signalé, c'est un cadre nouveau pour aborder le problème de la structuration des systèmes complexes sur les grandes échelles de temps que propose la relativité d'échelle.

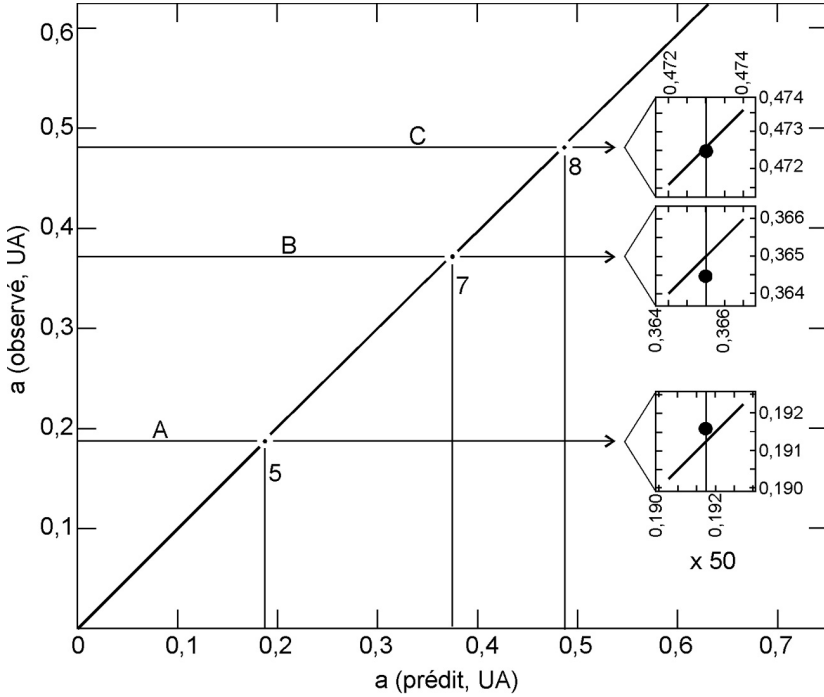


Figure 11. Comparaison des valeurs observées des demi-grands axes des trois planètes orbitant autour du pulsar PSR B1257+12 à la prédiction théorique de la relativité d'échelle. L'accord entre prédiction et observations est beaucoup plus précis que la résolution du diagramme, aussi trois encarts grossi par un facteur 50 ont été insérés pour montrer les faibles différences résiduelles. On a supposé ici que la masse du pulsar était de 1,46 masse solaire, ce qui correspond à une vitesse dans l'état fondamental pour ce système de 3 w0. La qualité de l'alignement ne dépend pas de ce choix, seulement la valeur de la pente.



Références

- (1) R. FEYNMAN, A. HIBBS, *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw Hill, 1965)
- (2) L. NOTTALE, *Fractal Space-Time and Microphysics* (World Scientific, 1993)
- (3) B. MANDELBROT, *Les Objets Fractals* (Flammarion, 1975)
- (4) L. NOTTALE, *Chaos, Solitons & Fractals* 4, 361, 1994
- (5) L. NOTTALE, *Chaos, Solitons & Fractals* 6, 399, 1995
- (6) L. NOTTALE, *Chaos, Solitons & fractals* 7, 877, 1996
- (7) J. LASKAR, *Nature*, 338, 237, 1989
- (8) J. LASKAR et Cl. FROESCHLÉ, *La Recherche* 232, 572, 1991
- (9) G. SUSSMAN, J. WISDOM, *Science* 257, 56, 1992
- (10) R. PENROSE.
- (11) L. NOTTALE, *Astron. Astrophys. Lett.* 315, L9, 1996
- (12) W. TIFFT, *Astrophys. J.* 211, 31, 1977
- (13) S. SCHNEIDER, E. SALPETER, *Astrophys. J.* 385, 22, 1992
- (14) B. GUTHRIE, W. NAPIER, *Astron. Astrophys.* 310, 353, 1996
- (15) L. NOTTALE, G. , SCHUMACHER, J. GAY, *Astron. Astrophys.* sous presse, 1996
- (16) B. DUBRULLE & F. GRANER, *La Recherche*
- (17) F. NAMOUNI, R. PELLAT, preprint
- (18) J.C. PECKER, E. SCHATZMAN, *Astrophysique Générale* (Masson, 1959)
- (19) H. JEHLÉ, *Zeitschrift für Astrophysik* 15, 182, 1938
- (20) Ph. BLANCHARD, *Acta Physica Austriaca*, Suppl. 25, 185, 1984

La Société d'Astronomie de Nantes

Résolument tournée vers le grand public, la SAN vous propose de découvrir l'astronomie ou d'approfondir vos connaissances dans ce domaine de multiples façons :

- Assister aux exposés d'astronomie présentés lors des réunions du vendredi soir, ouvertes à tous les adhérents, au local de la Société à partir de 20h30.
- Consulter ou emprunter l'un des mille ouvrages que possède le fonds bibliothécaire.
- Participer aux observations de découverte ou de perfectionnement. Vous pouvez également emprunter un instrument.
- Assister aux conférences au cours desquelles des astronomes et astrophysiciens de renom viennent présenter les derniers acquis de leurs travaux.
- Solliciter la SAN pour animer des actions pédagogiques préparées à l'attention de public scolaire ou adulte.
- Visiter les expositions auxquelles la SAN participe régulièrement.
- Apporter votre contribution à la réalisation de travaux pratiques d'astronomie tels que la mesure de la masse de Jupiter ou l'évaluation des altitudes des reliefs lunaires.
- Réfléchir et débattre des grands thèmes de la physique, de l'astrophysique et de la science en général au sein d'un groupe de réflexion théorique.
- Enfin, l'astronomie nécessitant des connaissances et des compétences multiples (en optique, mécanique, électronique, etc.), offrir un peu de votre temps pour la conception ou à la réalisation de projets astronomiques.

Pour participer à ces activités, il vous suffit de devenir adhérent.

La Société d'Astronomie de Nantes est une association fondée en 1971 et régie par la loi de 1901.

RELATIVITÉ D'ÉCHELLE ET STRUCTURATION DES SYSTÈMES PLANÉTAIRES

Laurent NOTTALE

Ce texte expose les bases de la théorie de la relativité d'échelle, développée par Laurent Nottale, qui remet en question l'hypothèse classique de la différentiabilité de l'espace-temps. Inspirée des fractales de Mandelbrot, cette théorie suppose que l'espace-temps présente des structures à toutes les échelles et que les lois physiques doivent rester valables quelle que soit l'échelle considérée. Elle permet d'unifier les lois classiques et quantiques à travers une « dérivée covariante d'échelle », et montre que le comportement quantique serait une manifestation du caractère fractal de l'espace-temps. À grande échelle, le chaos dynamique rend les trajectoires imprévisibles, ce qui impose une description probabiliste, quasi-quantique. Cette approche est ensuite appliquée à la formation des systèmes planétaires : les orbites suivent des lois quantifiées, analogues à celles de l'atome d'hydrogène, avec une constante fondamentale de vitesse ($w_0 \approx 144$ km/s). Le modèle semble expliquer les distances des planètes du système solaire, des exoplanètes et même des paires de galaxies, avec une précision remarquable.



SOCIÉTÉ
d'ASTRONOMIE
de NANTES

Société Scientifique d'Éducation Populaire agréée Jeunesse et Sports
35, boulevard Louis Millet - 44300 NANTES - Tél. 02 40 68 91 20 - Fax 02 40 93 81 23
Internet : www.san.asso.fr - E-mail : san@san-fr.com